

Marijan Prosen - Majo

# Opoldanska senca

Raziskovanje dolžine opoldanske sence, ki jo od Sonca osvetljena ravna palica meče v meridianski ravnini

Kranj – Zlato Polje, poletje 2017

Slike Maja Prosen

## Vsebina

1. Uvod
2. Senca, ki jo navpična palica meče na vodoravno ravnino
3. Senca, ki jo vodoravna palica meče na navpično ravnino
4. Senca, ki jo v severni nebesni pol usmerjena palica meče na vodoravno ravnino
5. Senca, ki jo v severni nebesni pol usmerjena palica meče na navpično ravnino
6. Senca, ki jo v severni nebesni pol usmerjena palica meče na ekvatorialno ravnino
7. Enačba sence v vodoravni, navpični in ekvatorialni ravnini\*
8. Hkratna vodoravna in navpična sončna ura
9. Sončna ura v šoli
10. Literatura

\*\*\*\*\*

## Povzetek

Knjižica predstavlja del mojih dolgoletnih teoretičnih in praktičnih raziskav sence, ki jo mečejo od Sonca osvetljeni predmeti, predvsem ravna palica, na različne ravnine v prostoru.

## Abstract

This booklet represents many years of my theoretical and practical research of the shadow being casted from of the Sun illuminated objects, especially a straight stick, on various planes in the room.

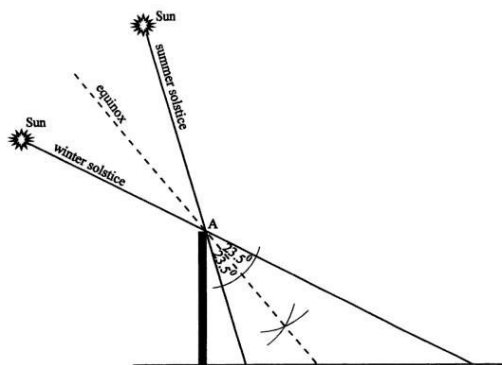
## 1. Uvod

Senca predmetov je zanimiv fizikalni oziroma naravni pojav. Ukvarjali se bomo samo s senco od Sonca osvetljene ravne palice. Pri tem nas bo zanimala samo opoldanska dolžina sence, ki jo palica v različnih legah v meridianski ravnini meče na različne ravnine (vodoravno, navpično, ekvatorialno). Gre za teoretično obravnavanje sence, kjer uporabimo osnovno znanje iz splošne astronomije (v zvezi z nebesno kroglo) in dolžino opoldanske sence matematično obravnavamo.

Seveda lahko senco ravne palice tudi opazujemo, npr. merimo dolžino sence in tako ugotavljamo natančnost naših meritev. Izračunana dolžina sence palice je vedno točna, izmerjena pa ne. Nobeno merjenje ni idealno, da bi torej izmerili natančno toliko, kot smo izračunali. Pri merjenju naredimo napako. Ugotovimo absolutno in relativno napako, ki naj bo pod 5%, da je meritev kaj vredna. Pri tem neostrost oz. razmazanost sence zaradi ne točkastega, to je razsežnega svetila, kakršno je Sonce, zanemarimo. Da so opazovanja dobra, moramo palico ob vrhu primerno ošiliti in tudi ne sme biti pretanka. Vodoravna ravnina so lahko ravna tla, navpična ravnina pa stena hiše.

No, opoldanska senca palice večinoma kaže proti severu, saj je takrat Sonce na jugu. To seveda upoštevamo pri opazovanju sence (poskusi), pri teoretičnem delu pa naredimo skice, upoštevamo zveze med količinami in dolžino opoldanske sence izračunamo.

V našem primeru bo senca vedno ležala v meridianski ravnini, to je v navpični ravnini skozi smer sever-jug. V tej ravnini leži Sonce opoldne različno visoko na južni strani neba. Višinski kot Sonca opoldne bo zato vedno  $\beta = 90^\circ - (\varphi - \delta)$ , kjer je  $\varphi \geq 0$  severna geografska širina kraja in krajev na Zemljinem ekvatorju (opazovališča; za kraje v Sloveniji je  $\varphi$  blizu  $45^\circ$ ) in  $\delta$  deklinacija Sonca, ki se spreminja v mejah od  $-23,5^\circ$  do  $+23,5^\circ$ .



**Višinski kot Sonca in dolžina sence palice opoldne ob zimskem Sončevem obratu (winter solstice), enakonočju (equinox) in poletnem Sončevem obratu (summer solstice). Če je višinski kot Sonca večji, je**

**dolžina sence palice opoldan krajša in obratno. Opoldanski višinski kot Sonca se spreminja. V naših krajih ( $\varphi = 45^\circ$ ) je pod: a)  $\beta = 90^\circ - (45^\circ + 23,5^\circ) = 21,5^\circ$ ; b)  $\beta = 90^\circ - (45^\circ - 0^\circ) = 45^\circ$  in c)  $\beta = 90^\circ - (45^\circ - 23,5^\circ) = 68,5^\circ$ .**

## Naloga

1. Izračunajte opoldanski višinski kot Sonca v naših krajih ( $\varphi = 45^\circ$ ) dne 12. 5., ko je  $\delta = 18,1^\circ$ . [63,1°]

Opomba. Pri risanju grafov najprej sestavite tabelo: **čas (datum) | s** oziroma tabelo:  **$\delta$  | s** (s pomeni opoldansko dolžino sence) in šele nato narišete graf. Velja

omejitev:  $-23,5^\circ \leq \delta \leq +23,5^\circ$ . Rišete jih od točke do točke, npr. s v odvisnosti od  $\delta$  za vsak deseti dan v letu. Pomagate si z astronomskimi efemeridami *Naše nebo*, ki jih vsako leto izdaja Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, kjer dobite podatke za deklinacijo Sonca, in kalkulatorjem.

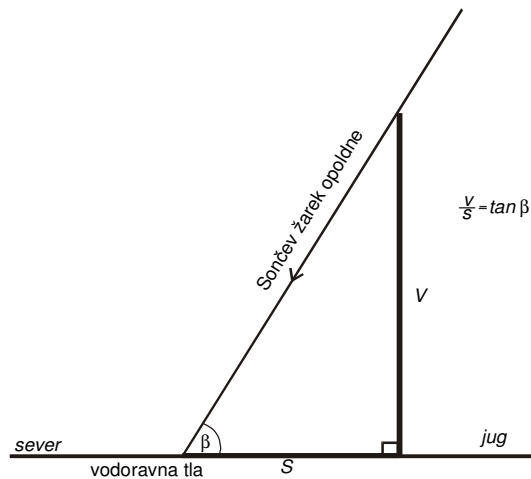
## 2. Senca, ki jo navpična palica meče na vodoravno ravnino

Izračunali bomo dolžino opoldanske sence, ki jo navpična palica meče na vodoravno ravnino

V vodoravno ravnino (tla) zapičimo navpično palico. Od Sonca osvetljena palica meče senco na ravnino. Dolžina opoldanske sence, ki jo palica meče na vodoravno ravnino je  $s = v/\text{tg } \beta$ , če je  $v$  dolžina (višina) navpične palice,  $\beta$  pa opoldanski višinski kot Sonca določenega dne. Ker je  $\beta = 90^\circ - (\varphi - \delta)$ , kjer  $\varphi$  pomeni severno geografsko širino (za kraje v Sloveniji je blizu  $45^\circ$ ),  $\delta$  pa deklinacijo Sonca ( $|\delta| \leq 23,5^\circ$ ), za opoldansko dolžino sence dobimo enačbo\*.

$$s = v \text{tg } (\varphi - \delta).$$

Dolžina sence je pri konstantni dolžini palice odvisna od  $\varphi$  in  $\delta$ .



**Opoldanska dolžina sence  $s$ , ki jo navpična palica z dolžino  $v$ , meče v kraju z zemljepisno širino  $\varphi$  na vodoravno ravnino;  $\beta$  je opoldanski višinski kot**

**Sonca določenega dne in je  $\beta = 90^\circ - (\varphi - \delta)$ , kjer pomeni  $\varphi > 0$  geografsko širino kraja na severni Zemljini poluti in  $\delta$  deklinacijo Sonca v mejah od  $-23,5^\circ$  do  $+23,5^\circ$ . Poleti je  $\delta > 0$ , pozimi je  $\delta < 0$ , ob enakonočjih pa je  $\delta = 0$ , saj se Sonce giblje praktično po nebesnem ekvatorju.**

.....

\* Velja, da je  $\text{tg}(90^\circ - x) = \text{ctg } x = 1/\text{tg } x$ , če z  $x$  označimo kot.

### Zgledi

- Ob enakonočju ( $\delta = 0$ ) je  $s = v \text{ tg } \varphi$ . Sonce se giblje po nebesnem ekvatorju. To enačbo lahko s pridom uporabimo za preprosto določitev zemljepisne širine pri izmerjenih  $s$  in  $v$ . Pri nas ( $\varphi = 45^\circ$ ) je  $s = v$ .
- Za kraje na Zemljinem ekvatorju ( $\varphi = 0$ ) je  $s = v \text{ tg } (-\delta) = -v \text{ tg } \delta$ . Poleti opoldanska senca kaže proti jugu, pozimi proti severu, ob enakonočjih pa je ni ( $s = 0$ ), palica se projicira v točko, saj je Sonce tam opoldne natančno nad glavo.
- Na severnem Zemljinem polu ( $\varphi = 90^\circ$ ) je  $s = v \text{ tg } (90^\circ - \delta) = v/\text{tg } \delta$ . Ob enakonočjih je neopredeljena, sicer je pa vidna le od spomladanskega do jesenskega enakonočja (najkrajša je ob poletnem Sončevem obratu,  $v/\text{tg } 23,5^\circ$ ), jeseni in pozimi pa ni vidna, saj je Sonce pod obzorjem.

Na splošno se dolžina sence  $s = v \text{ tan } (\varphi - \delta)$  pri konstantnem  $\varphi$  v času enega

leta spreminja od  $v \text{ tg } (\varphi + 23,5^\circ)$  do  $v \text{ tg } (\varphi - 23,5^\circ)$ . Če npr. vzamemo  $v = 1 \text{ m}$  in  $\varphi = 45^\circ$ , se dolžina sence spreminja od približno 2,54 m (zimski Sončev obrat) do 0,39 m (poletni Sončev obrat).

## Naloge

1. Narišite graf  $s = \text{tg}(45^\circ - \delta)$ , ki prikazuje, kako se med letom spreminja opoldanska dolžina sence, ki jo metrska navpična palica meče na vodoravno ravnino v kraju z geografsko širino  $\varphi = 45^\circ$ , torej približno tako kot pri nas. Narišite graf za dve zaporedni leti, tj. od prvega spomladanskega enakonočja mimo drugega do tretjega spomladanskega enakonočja.
1. Narišite graf  $s = \text{tg}(-\delta)$ , ki prikazuje spreminjanje dolžine sence metrske navpične palice na vodoravni ravnini v krajih na ekvatorju, za dve zaporedni leti, tj. od prvega spomladanskega enakonočja mimo drugega do tretjega spomladanskega enakonočja. Upoštevajte le  $s > 0$ .
2. Narišite graf  $s = \text{tg}(90^\circ - \delta) = 1/\text{tg} \delta$ , ki prikazuje spreminjanje dolžine sence metrske navpične palice na severnem Zemljinem polu, za dve zaporedni leti, tj. od prvega spomladanskega enakonočja mimo drugega do tretjega spomladanskega enakonočja. Upoštevajte samo  $s > 0$ .

V vseh treh primerih dobimo zanimive krivulje, ki jih znamo tudi dobro komentirati. Prva je zvezna, ostali dve pa sta pretrgani.

3. Izračunajte dolžino opoldanske sence, ki jo navpična palica z dolžino 2 m meče na vodoravno ravnino v naših krajih ( $\varphi = 45^\circ$ ) dne 12. 5. ( $\delta = 18,1^\circ$ )? [1 m ]

## Rešitve

Predvsem je treba grafe natančno narisati in jih smiselno komentirati.

1. V času enega leta se opoldanska dolžina sence palice spreminja približno od 0,4 m (minimum; ob poletnem Sončevem obratu) do 2,5 m (maksimum). Senca je vidna vse leto. Krivulja, ki prikazuje potek dolžine sence med letom, je zvezna, to je nepretrgana.

2. V času enega leta se dolžina sence navpične palice v krajih na ekvatorju spreminja od 0 m (enakonočje) do 0,4 m (zimski Sončev obrat). Senco  $s > 0$ , ki opoldne kaže proti severu, lahko opazujemo le v jesenskem in zimskem času.

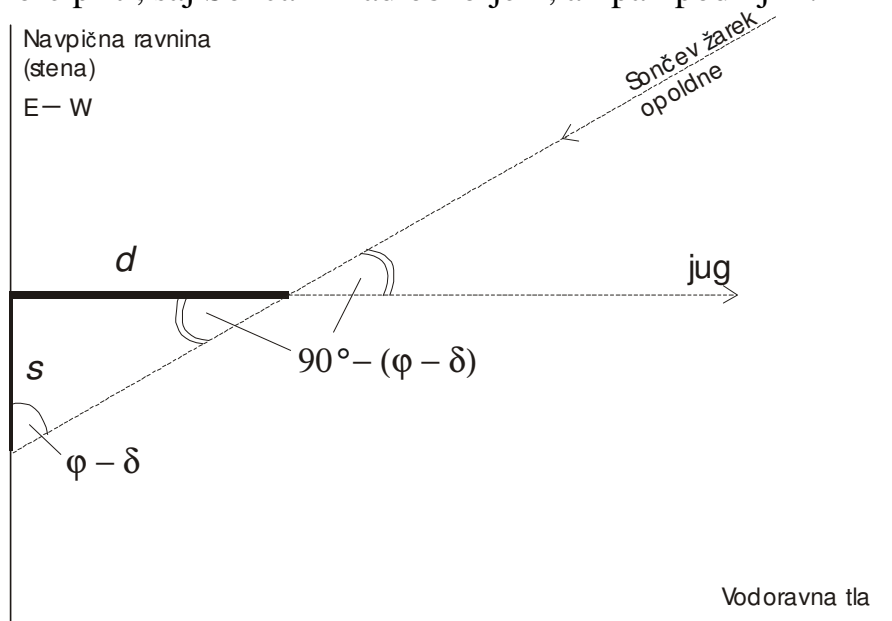
3. V času enega leta se dolžina sence navpične palice na severnem Zemljinem polu spreminja od nedoločene vrednosti ob enakonočjih do 2,3 m (minimum) ob poletnem Sončevem obratu, senco opazujemo spomladi in poleti; jeseni in pozimi pa sence sploh ni, saj se Sonce giblje pod obzorjem.

### **3. Senca, ki jo vodoravna palica meče na navpično ravnino**

Vzemimo navpično ravnino (ravno steno) v smeri vzhod-zahod. Vanjo zapičimo vodoravno palico z dolžino  $d$  tako, da vrh palice gleda proti jugu.

Izračunajmo dolžino  $s$  opoldanske sence, ki jo od Sonca osvetljena vodoravna palica meče na navpično ravnino v kraju z geografsko širino  $\varphi \geq 0$  določenega dne v letu, ko je  $\delta$  deklinacija Sonca znana.

Sonce je opoldne na jugu, senca palice pa je usmerjena od podnožišča palice navpično navzdol. Pri nas je opoldne Sonce vedno nad obzorjem, zato ima samo taka senca pomen. Če je Sonce pod obzorjem, do sence ne more priti. V našem primeru je dolžina sence palice pozitivna, torej  $s > 0$ . V primeru, da je  $s = 0$ , je senca palice točka – sence ni (Sonce je na idealnem obzorju in njegov višinski kot je nič; žarki Sonca padajo pravokotno na steno in palica se projicira v točko; ta primer tukaj izključimo, saj Sonce opoldne ni nikdar na jugu na obzorju, kot da bi zahajalo), za  $s < 0$ , da je vrednost dolžine sence negativna, pa sploh ne more priti, saj Sonca ni nad obzorjem, ampak pod njim.



**Dolžina opoldanske sence  $s$ , ki jo od Sonca osvetljena vodoravna palica  $d$  meče na navpično ravnino vzhod-zahod. Opoldanski višinski kot Sonca je  $90^\circ - (\varphi - \delta)$ , kot med smerjo Sončevega žarka opoldne in navpično ravnino pa je  $(\varphi - \delta)$ . Poleti je  $\delta > 0$ , pozimi je  $\delta < 0$ , ob enakonočjih pa je  $\delta = 0$ .**

Iz slike izpeljemo, da je dolžina opoldanske sence  $s$ , ki jo vodoravna palica  $d$  meče na navpično ravnino:

$$s = d/\operatorname{tg}(\varphi - \delta); s > 0.$$

Dolžina sence ima torej vedno pozitivno vrednost (je večja od nič in "gleda" dol) ali pa je nič (je ni), je točka. Odvisna je od kraja  $\varphi$  in časa v letu, kar pove deklinacija  $\delta$  Sonca, ki se med letom spreminja. Seveda obravnavamo le

senco, ko je Sonce na nebu in osvetljuje palico. Pri nas so poleti sence take palice daljše kot pozimi, ker je Sonce opoldne višje kot pozimi.

### Zgledi

- a) Ob enakonočju ( $\delta = 0$ ) sledi  $s = d/\text{tg } \varphi$ . Dolžina sence je pri znani dolžini palice odvisna le od kraja  $\varphi$ . Za  $\varphi = 0$  (Zemljin ekvator) je senca nedoločena, saj se Sonce za kraje na ekvatorju ta dan giblje od vzhoda do zahoda natanko po nebesnem ekvatorju na nebu in je opoldne v nadglavišču. Za  $\varphi = 45^\circ$  (približno v naših krajih) je  $s = d$ . Za  $\varphi = 90^\circ$  je formalno  $s = 0$  in sence ni (Sonce se navidezno giblje po nebesnem obzorniku, ki sovpade z nebesnim ekvatorjem; palica se projicira v točko; gl. še c).
- a) Za kraje na Zemljinem ekvatorju ( $\varphi = 0$ ) je  $s = d/\text{tg } (-\delta) = -d/\text{tg } \delta$ . Dolžina sence je odvisna le od  $\delta$ . Če je  $\delta = 0$ , je senca nedoločena, kar že vemo, če je  $\delta > 0$ , ne pride do sence, za  $\delta < 0$  pa pride do sence (od jesenskega do spomladanskega enakonočja, torej vso jesen in zimo).
- b) Na severnem Zemljinem polu ( $\varphi = 90^\circ$ ) nebesne smeri sicer izgubijo pomen, vendar formalno velja  $s = d/\text{tg } (90^\circ - \delta) = d \text{ tg } \delta$ . Dolžina sence je odvisna od  $\delta$ . Za  $\delta = 0$ , je  $s = 0$  in idealno ravna vodoravna palica se projicira v točko, sence ni. Za  $\delta > 0$  pa senca nastopi (od spomladi do jeseni), ko pa je  $\delta < 0$ , ne more priti do sence, saj je Sonce pod obzorjem. Kljub temu, da smeri neba tu niso opredeljene, pa je zanimivo, da izpeljano formulo za dolžino sence lahko dobro pojasnimo. V situacijo se moramo pač vživeti.

Na splošno se dolžina opoldanske sence  $s = d/\text{tg } (\varphi - \delta)$  pri konstantnem  $\varphi$  v času enega leta spreminja od  $d/\text{tg } (\varphi + 23,5^\circ)$  do  $d/\text{tg } (\varphi - 23,5^\circ)$ . Če npr. vzamemo  $d = 1$  m in  $\varphi = 45^\circ$ , se dolžina sence spreminja od 2,54 m (poletni Sončev obrat) do 0,39 m (zimski Sončev obrat).

### Naloge

1. Narišite graf  $s = 1/\text{tg } (45^\circ - \delta)$ , ki prikazuje, kako se med letom spreminja opoldanska dolžina sence metrske vodoravne palice, ki meče senco na navpično ravnino, v kraju z geografsko širino  $\varphi = 45^\circ$ , torej približno tako kot pri nas. Narišite graf za dve zaporedni leti, tj. od prvega spomladanskega enakonočja mimo drugega do tretjega spomladanskega enakonočja.
2. Narišite graf  $s = -1/\text{tg } \delta$ , ki prikazuje spreminjanje opoldanske dolžine sence metrske vodoravne palice, ki meče senco na navpično ravnino, v krajih na ekvatorju, za dve zaporedni leti, tj. od prvega spomladanskega enakonočja mimo drugega do tretjega spomladanskega enakonočja. Upoštevajte le  $s > 0$ .

3. Narišite graf  $s = \text{tg } \delta$ , ki prikazuje spreminjanje opoldanske dolžine sence metrske vodoravne palice na navpični ravnini na severnem Zemljinem polu, za dve zaporedni leti, tj. od prvega spomladanskega enakonočja mimo drugega do tretjega spomladanskega enakonočja. Upoštevajte samo  $s > 0$ .

Dobimo zanimive krivulje, ki jih znamo tudi dobro pojasniti. Prva je zvezna, ostali dve pa sta pretrgani.

4. Izračunajte dolžino opoldanske sence palice, ki jo v naših krajih ( $\varphi = 45^\circ$ ) vodoravna palica z dolžino 2 m meče na navpično ravnino dne 12. 5. ( $\delta = 18,1^\circ$ )? [3,9 m ]

## Rešitve

Grafe natančno narišemo in jih smiselno komentiramo.

1. V času enega leta se dolžina sence spreminja približno od 0,4 m (minimum) do 2,5 m (maksimum). Senca je vidna vse leto. Krivulja, ki prikazuje potek opoldanske dolžine sence med letom, je zvezna, to je nepretrgana.

2. V času enega leta se dolžina sence spreminja od nedoločene vrednosti ob enakonočjih do 2,3 m (minimum) ob zimskem Sončevem obratu. Senco lahko opazujemo le v jesenskem in zimskem času, spomladi in poleti pa je ni, saj se Sonce giblje po nebu za steno.

3. V času enega leta se dolžina sence spreminja od 0 m do 0,4 m, in to spomladi in poleti; jeseni in pozimi pa sence sploh ni, saj se Sonce giblje pod obzorjem.

4. **Senca, ki jo v severni nebesni pol usmerjena palica meče na vodoravno ravnino**

Izračunajmo dolžino  $s$  opoldanske sence, ki jo od Sonca osvetljena in v severni pol usmerjena ravna palica z dolžino  $v$  meče na vodoravno ravnino (tla) v kraju z geografsko širino  $\varphi \geq 0$  določenega dne v letu, ko je  $\delta$  deklinacija Sonca znana. Višinski kot  $\beta$  Sonca opoldne pa je  $\beta = 90^\circ - (\varphi - \delta)$ .

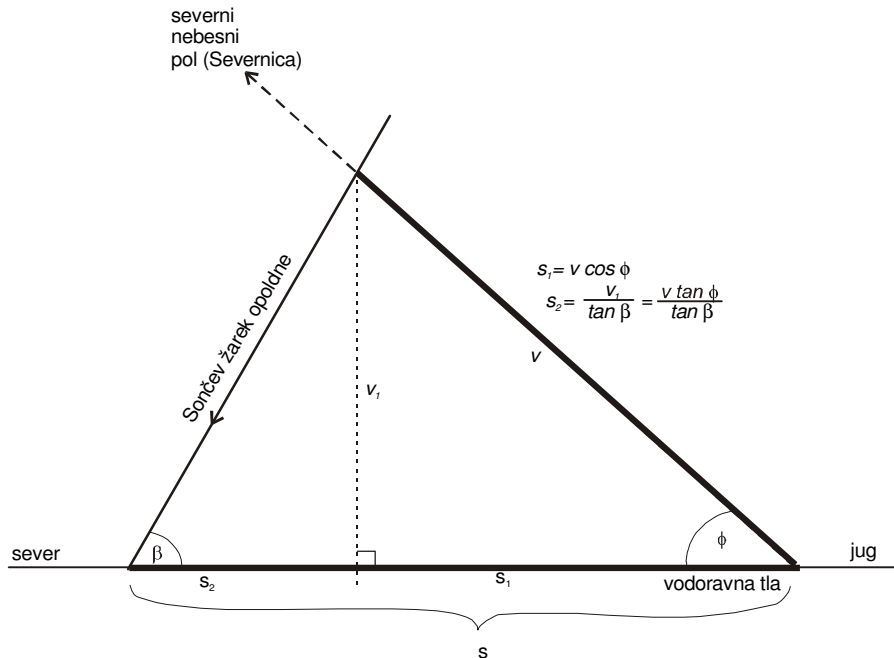
Dolžina  $s$  opoldanske sence na vodoravni ravnini je enaka vsoti dolžin senc  $s_1$  in  $s_2$ , torej je:

$$\begin{aligned} s &= v (\cos \varphi + \sin \varphi \cdot \text{tg} (\varphi - \delta)) = \\ &= v (\cos \varphi \cdot \cos (\varphi - \delta) + \sin \varphi \cdot \sin (\varphi - \delta) / \cos (\varphi - \delta)) = \\ &= v \cos \delta / \cos (\varphi - \delta). \end{aligned}$$



Dolžino sence hitreje izračunamo po sinusnem izreku:

$$s/v = \sin(90^\circ - \delta)/\sin(90^\circ - (\varphi - \delta)) \text{ in } s = v \cos \delta / \cos(\varphi - \delta).$$



Dolžina sence opoldne je v tem primeru  $s = s_1 + s_2$ . Kot med palico in vodoravno ravnino je višinski kot severnega nebesnega pola  $P$ , ki je enak geografski širini  $\varphi$ , opoldanski višinski kot Sonca pa je  $\beta = 90^\circ - (\varphi - \delta)$ .

### Zgledi

- Ob enakonočju ( $\delta = 0$ ) je  $s = v / \cos \varphi$  in je poldanska dolžina sence pri znani dolžini palice odvisna le od geografske širine. Na ekvatorju ( $\varphi = 0$ ) je  $s = v$ . Palica je vodoravna, Sončevi žarki pa padajo nanjo pravokotno. Pri nas ( $\varphi = 45^\circ$ ) je  $s = v / (\sqrt{2}/2) = v \sqrt{2}$ , na severnem Zemljinem polu ( $\varphi = 90^\circ$ ) pa je nedoločena, saj je višinski kot Sonca nič.
- Za kraje na Zemljinem ekvatorju ( $\varphi = 0$ ) je  $s = v \cos \delta / \cos(-\delta) = v$  in je dolžina sence vse leto konstantna.
- Na severnem Zemljinem polu pa je  $s = v \cos \delta / \sin \delta = v / \operatorname{tg} \delta$  in je senca vidna samo spomladi in poleti, ko doseže ob poletnem Sončevem obratu minimalno dolžino okoli  $2,3 v$ .

Na splošno se dolžina sence  $s = v \cos \delta / \cos (\varphi - \delta)$  pri konstantnem  $\varphi$  v času enega leta spreminja od  $v \cos 23,5^\circ / \cos (\varphi + 23,5^\circ)$  do  $v \cos 23,5^\circ / \cos (\varphi - 23,5^\circ)$ . Če npr. vzamemo za  $v = 1$  m in  $\varphi = 45^\circ$ , se dolžina sence spreminja od 1 m (poletni Sončev obrat) do 2,5 m (zimski Sončev obrat).

### Naloge

1. Narišite graf  $s = \cos \delta / \cos (45^\circ - \delta)$ , ki prikazuje, kako se med letom spreminja opoldanska dolžina sence metrske v severni pol usmerjene ravne palice na vodoravnih tleh v kraju z geografsko širino  $\varphi = 45^\circ$ , torej približno tako kot pri nas. Narišite graf za dve zaporedni leti, tj. od prvega spomladanskega enakonočja mimo drugega do tretjega spomladanskega enakonočja.
1. Narišite graf  $s = \cos \delta / \cos (-\delta)$ , ki prikazuje spreminjanje opoldanske dolžine sence metrske palice na vodoravni ravnini v krajih na ekvatorju, za dve zaporedni leti, tj. od prvega spomladanskega enakonočja mimo drugega do tretjega spomladanskega enakonočja.
2. Narišite graf  $s = \cos \delta / \sin \delta$ , ki prikazuje spreminjanje dolžine sence metrske palice na severnem Zemljinem polu na vodoravno ravnino, za dve zaporedni leti, tj. od prvega spomladanskega enakonočja mimo drugega do tretjega spomladanskega enakonočja. Upoštevajte samo  $s > 0$ , ko je Sonce nad obzorjem,  
Dobimo zanimive krivulje, ki jih znamo tudi dobro pojasniti. Prva je zvezna, druga konstanta, tretja pa je pretrgana.
3. Izračunajte dolžino opoldanske sence v severni nebesni pol usmerjene 2 m dolge palice, ki meče senco na vodoravno ravnino v naših krajih ( $\varphi = 45^\circ$ ) dne 12. 5. ( $\delta = 18,1^\circ$ )? [2,1 m]

### Rešitve

Grafe je treba natančno narisati in smiselno komentirati.

1. V času enega leta se opoldanska dolžina sence palice, ki jo meče na vodoravno ravnino, spreminja približno od okoli 1 m (minimum) do 2,5 m (maksimum). Senca je vidna vse leto. Krivulja, ki prikazuje potek dolžine opoldanske sence med letom, je zvezna, to je nepretrgana.

2. V času enega leta se opoldanska dolžina sence ne spreminja in je vse leto konstantna 1m. .

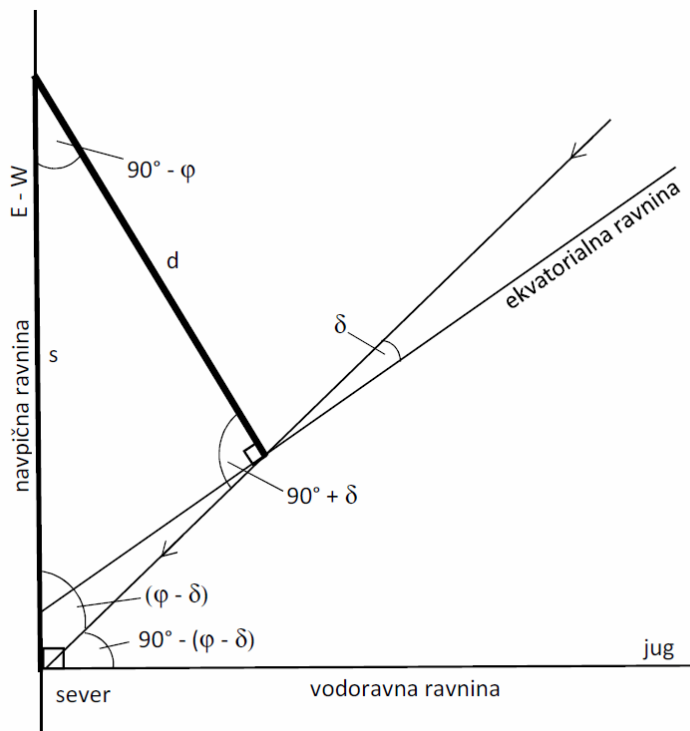
3. V času enega leta se opoldanska dolžina sence spreminja od neopredeljene vrednosti do minimalne 2,3 m (ob poletnem Sončevem obratu). Opazujemo jo lahko le spomladi in poleti; jeseni in pozimi pa sence ni, saj je Sonce pod obzorjem.

5. Senca, ki jo v severni nebesni pol usmerjena palica meče na navpično ravnino

Zapičimo ravno palico z dolžino  $d$  v navpično ravnino (steno) vzhod-zahod tako, da je usmerjena proti severnemu nebesnemu polu. Podnožišče palice leži v ravnini na severni strani, vrh palice pa je spuščten na južni. Kot, ki ga oklepa palica z navpično ravnino je  $(90^\circ - \varphi)$ , če je  $\varphi$  severna geografska širina kraja ( $\varphi \geq 0$ )

Izračunajmo opoldansko dolžino sence  $s$ , ki jo od Sonca osvetljena v severni pol usmerjena ravna palica z dolžino  $d$  meče na navpično ravnino (steno) v kraju z geografsko širino  $\varphi$  določenega dne v letu, ko je deklinacija  $\delta$  Sonca znana. Višinski kot Sonca opoldne je  $\beta = 90^\circ - (\varphi - \delta)$ , Sonce pa je na jugu. Izračunamo jo po sinusnem izreku:  $s/d = \sin(90^\circ + \delta)/\sin(\varphi - \delta)$  in:

$$s = d \cos \delta / \sin(\varphi - \delta).$$



**Dolžina opoldanske sence  $s$ , ki jo od Sonca osvetljena in v severni nebesni pol usmerjena ravna palica z dolžino  $d$  meče v kraju z geografsko širino  $\varphi$  na navpično ravnino vzhod-zahod. Opoldanski višinski kot Sonca je  $90^\circ - (\varphi - \delta)$ , kot med smerjo Sončevega žarka opoldne in navpično ravnino pa je  $(\varphi - \delta)$ . Poleti je  $\delta > 0$ , pozimi je  $\delta < 0$ , ob enakonočjih pa  $\delta = 0$ .**

Dolžina sence se med letom spreminja. Odvisna je od kraja  $\varphi$  in časa v letu, kar pove deklinacija  $\delta$  Sonca, ki se med letom spreminja. Poleti so sence daljše kot pozimi, ker je Sonce opoldne višje kot pozimi.

### Zgledi

- a) Ob enakonočju ( $\delta = 0$ ) sledi  $s = d / \sin \varphi$ . Dolžina sence je pri znani dolžini palice odvisna le od kraja  $\varphi$ . Za  $\varphi = 0$  (ekvator) je senca nedoločena, saj se Sonce za kraje na ekvatorju ta dan giblje od vzhoda do zahoda natanko po nebesnem ekvatorju na nebu in je opoldne navpično. Za  $\varphi = 45^\circ$  (približno v naših krajih) je  $s = d \sqrt{2}$ . Za  $\varphi = 90^\circ$  je  $s = d$  in dolžina palice se projicira sama vase, kadar je pač Sonce nad obzorjem.
- a) Za kraje na Zemljinem ekvatorju ( $\varphi = 0$ ) je  $s = d \cos \delta / \sin (-\delta) = -d / \operatorname{tg} \delta$ . Dolžina sence je odvisna le od  $\delta$ . Če je  $\delta = 0$ , je senca nedoločena, kar že vemo, če je  $\delta > 0$ , ne pride do sence, za  $\delta < 0$  pa pride (od jesenskega do spomladanskega enakonočja, torej vso jesen in zimo).
- b) Na severnem Zemljinem polu ( $\varphi = 90^\circ$ ) velja  $s = d \cos \delta / \cos \delta = d$  za vse leto, ko je Sonce nad obzorjem (spomladi in poleti). V situacijo se moramo vživeti.

Na splošno se opoldanska dolžina sence  $s$  pri konstantnem  $\varphi$  v času enega leta spreminja od  $d \cos (-23,5^\circ) / \sin (\varphi + 23,5^\circ)$  do  $d \cos 23,5^\circ / \sin (\varphi - 23,5^\circ)$ . Če npr. vzamemo  $d = 1$  m in  $\varphi = 45^\circ$ , se dolžina sence spreminja od 1 m (zimski Sončev obrat) do 2,5 m (poletni Sončev obrat).

### Naloge

1. Narišite graf  $s = \cos \delta / \sin (45^\circ - \delta)$ , ki prikazuje, kako se med letom spreminja opoldanska dolžina sence, ki jo metrska v severni nebesni pol usmerjena ravna palica, ki jo meče na navpično ravnino vzhod-zahod v kraju z geografsko širino  $\varphi = 45^\circ$ , torej približno tako kot pri nas, za dve zaporedni leti, tj. od prvega spomladanskega enakonočja mimo drugega do tretjega spomladanskega enakonočja.
2. Narišite graf  $s = \cos \delta / \sin (-\delta) = -1 / \operatorname{tg} \delta$ , ki prikazuje spreminjanje opoldanske dolžine sence metrske v severni nebesni pol usmerjene ravne palice v krajih na ekvatorju, za dve zaporedni leti, tj. od prvega spomladanskega enakonočja mimo drugega do tretjega spomladanskega enakonočja. Upoštevajte le  $s > 0$ .
3. Narišite graf  $s = \cos \delta / \sin (90^\circ - \delta)$ , ki prikazuje spreminjanje opoldanske dolžine sence v severni nebesni pol usmerjene metrske palice na severnem Zemljinem polu, za dve zaporedni leti, tj. od prvega spomladanskega enakonočja mimo drugega do tretjega spomladanskega enakonočja. Upoštevajte samo  $s > 0$ .
4. Ravno palico z dolžino  $d$  zapičimo v navpično ravnino vzhod-zahod tako, da leži v smeri sever-jug (podnožišče palice je na severu, vrh na jugu) in

oklepa z vodoravno ravnino kot  $(90^\circ - \varphi)$  (palica leži v ekvatorialni ravnini).

Izračunajte dolžino najdaljše sence, ki jo od Sonca osvetljena palica z dolžino  $d = 1\text{ m}$  v naših krajih s  $\varphi = 45^\circ$  opoldne meče na navpično ravnino. Razpravljajte o rezultatu. Narišete lahko tudi graf, ki prikazuje, kako se med letom spreminja opoldanska dolžina sence take metrske naklonjene ravne palice v kraju z geografsko širino  $\varphi = 45^\circ$  (približno tako kot pri nas):  $s = \sin \delta / \sin (45^\circ - \delta)$  (navodila gl. nalogo 1).

$$[s = d \sin \delta / \sin (\varphi - \delta); \sin 23,5^\circ / \sin 21,5^\circ = 1,09 \text{ m}]$$

Dobimo zanimive krivulje, ki jih znamo tudi dobro tolmačiti. Prva je zvezna krivulja, ostali dve pa sta pretrgani.

5. Izračunajte dolžino opoldanske sence, ki jo palice z dolžino 2 m, usmerjena proti severnemu nebesnemu polu, meče na navpično ravnino v naših krajih ( $\varphi = 45^\circ$ ) dne 12. 5. ( $\delta = 18,1^\circ$ )? [4,2 m]

## Rešitve

Grafe je treba natančno narisati in jih smiselno komentirati.

1. V času enega leta se dolžina sence spreminja približno od 1 m (minimum ob zimskem Sončevem obratu) do 2,5 m (maksimum). Senca je vidna vse leto. Krivulja, ki prikazuje potek opoldanske dolžine sence med letom, je zvezna, to je nepretrgana ali neprekinjena.

2. V času enega leta se dolžina sence spreminja od nedoločene vrednosti ob enakonočjih do 2,3 m (minimum) ob zimskem Sončevem obratu. Senco lahko opazujemo le v jesenskem in zimskem času, spomladi in poleti pa je ni, saj se Sonce giblje po nebu za steno.

3. V času enega leta se dolžina sence ne spreminja, meri 1 m, in to od spomladanskega do jesenskega enakonočja (spomladi in poleti), jeseni in pozimi pa sence sploh ni, saj se Sonce giblje pod obzorjem.

6. **Senca, ki jo v severni nebesni pol usmerjena palica meče na ekvatorialno ravnino**

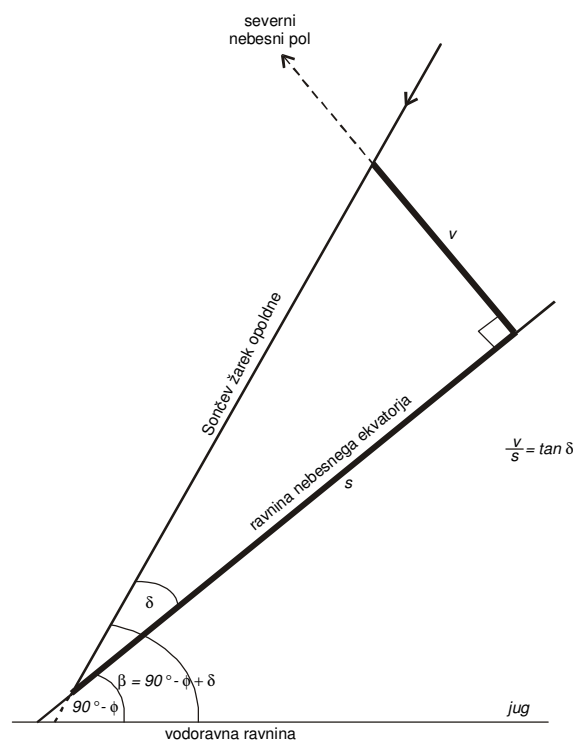
Poglejmo še senco, ki jo od Sonca osvetljena ravna palica, usmerjena proti severnemu nebesnemu polu, opoldne meče na ekvatorialno ravnino. Palico z višino oz. dolžino  $v$  zapičimo v ravnino tako, da njen vrh kaže v severni nebesni pol. Ekvatorialna ravnina oklepa z vodoravno ravnino kot  $(90^\circ - \varphi)$  tako, da

njena normala kaže proti severnemu nebesnemu polu (približno proti Severnici). V ekvatorialni ravnini leži nebesni ekvator. Sonce je opoldne na jugu.

Dolžina  $s$  opoldanske sence, ki jo od Sonca osvetljena palica, usmerjena proti severnemu nebesnemu polu, opoldne meče na ekvatorialno ravnino v kraju  $s$  severno geografsko širino  $\varphi \geq 0$  določenega dne v letu, ko je deklinacija  $\delta$  Sonca znana, je:

$$s = v/\operatorname{tg} \delta$$

Je neodvisna od  $\varphi$  in je za negativne vrednosti  $\delta$  ni.



**V tem primeru je opoldanska dolžina sence  $s = v/\operatorname{tg} \delta$  in je ob enakonočju neopredeljena. Zato je okoli tega dne ekvatorialna sončna ura neuporabna.**

Opomba. Zato ekvatorialna sončna ura v jesenskem in zimskem delu leta ni uporabna (ne deluje). Po enačbi bi bila tedaj dolžina sence negativna, saj je deklinacija Sonca negativna ( $\operatorname{tg} \delta < 0$ ). Če pa je v tem primeru palica obrnjena navzdol, negativna smer palice ( $v < 0$ ) in negativna deklinacija ( $\delta < 0$ ) dasta pozitivno vrednost za dolžino sence na spodnji strani ekvatorialne ravnine. Senco v jesenskih in zimskih dneh lahko opazujemo na spodnji strani ekvatorialne ravnine. Sončno uro s prozorno ravnino s številčnico lahko priredimo tako, da deluje vse leto.

## Zgledi

- Ob enakonočju ( $\delta = 0$ ) je dolžina sence neopredeljena za vse  $\varphi$
- Za kraje na Zemljinem ekvatorju ( $\varphi = 0$ ) je palica usmerjena vodoravno proti severnemu nebesnemu polu.
- Na severnem Zemljinem polu ( $\varphi = 90^\circ$ ) sicer nebesne smeri izgubijo pomen, a palica je usmerjena navpično proti severnemu polu.

Na splošno se dolžina sence  $s = v/\text{tg } \delta$  pri konstantnem  $v$  in neodvisno od  $\varphi$  v času enega leta spreminja od neopredeljene vrednosti ob enakonočjih do najmanjše vrednosti  $v/\text{tg } 23,5^\circ$  ob poletnem Sončevem obratu, in to za vse kraje na severni Zemljini poluti enako. Če npr. vzamemo  $v = 1$  m, se dolžina sence spreminja od neopredeljenosti do minimuma 2,3 m (poletni Sončev obrat). Senco opazujemo le v spomladanskem in poletnem času, v vseh krajih severne Zemljine polute pa poteka spreminjanje dolžine sence enako.

## Naloge

1. Narišite graf  $s = 1/\text{tg } \delta$ , ki prikazuje, kako se med letom spreminja opoldanska dolžina sence, ki jo metrska v severni pol usmerjena ravna palica meče na ekvatorialno ravnino v poljubnem kraju (tudi v tistem z geografsko širino  $\varphi = 45^\circ$ , torej približno tako kot pri nas.), za dve zaporedni leti, tj. od prvega spomladanskega enakonočja mimo drugega do tretjega spomladanskega enakonočja.

Dobimo zanimivo krivuljo, ki jo znamo tudi dobro pojasniti. Krivulja ni zvezna, je pretrgana ob enakonočjih in doseže minimum 2,3 m (poletni Sončev obrat).

2. Izračunajte opoldansko dolžino sence, ki jo 2 metrska palica, usmerjena v severni nebesni pol, meče na ekvatorialno ravnino v naših krajih ( $\varphi = 45^\circ$ ; ali je sploh potreben ta podatek?) dne 12. 5. ( $\delta = 18,1^\circ$ )?

[6,1 m; to je hkrati tudi radij krožnice, po kateri se konec (vrh) sence palice giblje ta dan; gl. poglavje 7]

3. S kolikšno hitrostjo se giblje konec (vrh) sence naše palice z dolžino 2 m po ekvatorialni ravnini dne 12. 5. ( $\delta = 18,1^\circ$ )? [ $v = (\pi/12 \text{ h}) \times r = 1,6 \text{ m/h}$ , pri čemer je  $(\pi/12 \text{ h}) = (2\pi/24 \text{ h}) = 360^\circ/24 \text{ h}$  kotna hitrost vrtenja nebesne krogle]

4. Izračunajte dolžino najkrajše sence, ki jo od Sonca osvetljena navpična palica z višino  $v = 1$  m v naših krajih s  $\varphi = 45^\circ$  meče na ekvatorialno ravnino.

Razpravljajte o rezultatu.

Narišite tudi graf, ki prikazuje, kako se med letom spreminja opoldanska dolžina sence metrske navpične palice na ekvatorialni ravnini v kraju z geografsko širino  $\varphi = 45^\circ$  (torej približno tako kot pri nas):  $s = \sin(45^\circ - \delta) / \sin \delta$ .

$$[s = v \sin(\varphi - \delta) / \sin \delta; \sin 21,5^\circ / \sin 23,5^\circ = 9,92 \text{ m}]$$

5. Izračunajte dolžino najkrajše sence, ki jo od Sonca osvetljena vodoravna palica z dolžino  $d = 1 \text{ m}$  v naših krajih s  $\varphi = 45^\circ$  meče na ekvatorialno ravnino. Razpravljajte o rezultatu.

Narišete lahko tudi graf, ki prikazuje, kako se med letom spreminja dolžina sence metrske vodoravne palice v kraju z geografsko širino  $\varphi = 45^\circ$  (približno tako kot pri nas):  $s = \cos(45^\circ - \delta) / \sin \delta$ .

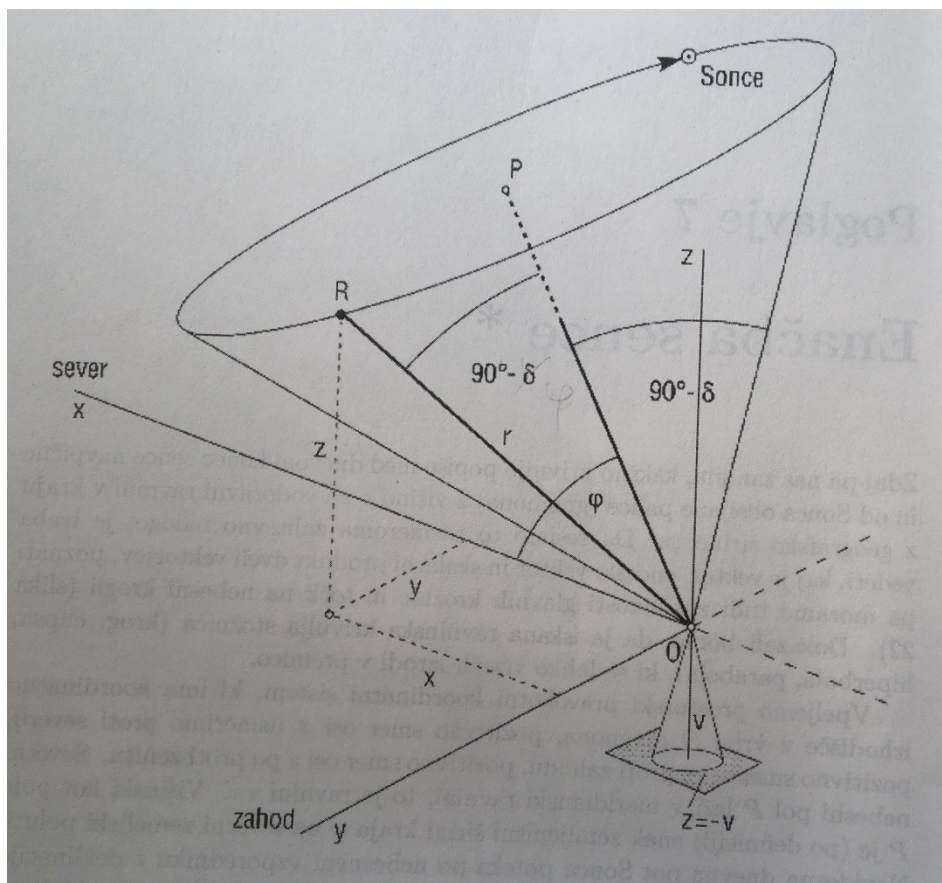
$$[s = d \cos(\varphi - \delta) / \sin \delta; \cos 21,5^\circ / \sin 23,5^\circ = 2,33 \text{ m}]$$

### 7. Enačba sence v vodoravni, navpični in ekvatorialni ravnini\*

Poglejmo, kakšno krivuljo med dnevom popiše konec (vrh) sence navpične od Sonca osvetljene palice (gnomona) z višino  $v$  na vodoravni ravnini v kraju z geografsko širino  $\varphi \geq 0$  določenega dne v letu, ko je deklinacija  $\delta$  Sonca znana.

Dokazali bomo, da je iskana ravninska krivulja stožnica (krog, elipsa, hiperbola, parabola), ki se včasih (ob enakonočjih) izrodi v premico.





**K izpeljavi enačbe plašča krožnega dvojnega stožca, katerega os gre skozi severni nebesni pol  $P$ . Presek tega plašča in vodoravne ravnine skozi podnožišče palice (gnomona; tukaj pokončnega stožca) je stožnica, ki je pri nas hiperbola, v drugih krajih pa tudi krog, elipsa ali parabola. Ta plašč krožnega dvojnega stožca pa preseka tudi navpično in ekvatorialno ravnino, s čimer dobimo kot presek spet stožnice.**

.....  
 \* Na tem mestu *enačbo sence na vseh treh ravninah* avtorsko zaščitim ©. Prvo enačbo sem odkril že leta 1994, drugi dve leta 2017, in do zdaj še nisem ugotovil, da bi kdo na tak način obravnaval premikanje (gibanje) konca (vrha) sence od Sonca osvetljene palice v omenjenih treh ravninah. Prav zato si dovoljujem to odkritje tudi avtorsko zaščititi.

□

Vpeljimo prostorski pravokotni koordinatni sistem, ki ima koordinatno izhodišče v vrhu  $O$  palice (gnomona), pozitivno smer osi  $x$  usmerimo proti severu, pozitivno smer osi  $y$  proti zahodu, pozitivno

smer osi  $z$  pa proti zenitu. Tako severni nebesni pol  $P$  leži v meridianski ravnini, to je ravnini  $(xz)$ . Višinski kot pola  $P$  je (po definiciji) enak geografski širini kraja  $\varphi$  na severni Zemljini poluti. Navidezna dnevna pot Sonca poteka po nebesnem vzporedniku z deklinacijo  $\delta$ , to je po nebesnem vzporedniku, katerega točke so za

kot  $(90^\circ - \delta)$  oddaljene od  $P$ . Sončevi žarki, ki gredo med dnevom čez vrh palice, ležijo na plašču krožnega stožca, katerega os gre skozi  $P$ . Kot med vektorjem  $OP$  in vektorjem  $OR = r = (x, y, z)$  Sončevega žarka je  $(90^\circ - \delta)$ .

Naj bo na vektorju  $OP$  enotski vektor  $e = (\cos \varphi, 0, \sin \varphi)$ , na vektorju  $OR$  pa enotski vektor  $f = (x, y, z)/r$ . S skalarnim produktom teh dveh enotskih vektorjev dobimo enačbo ploskve – plašča

krožnega dvojnega stožca. Najprej velja  $e \cdot f = 1 \cdot 1 \cdot \cos(90^\circ - \delta) = \sin \delta$ , hkrati pa je  $e \cdot f = (\cos \varphi, 0, \sin \varphi) \cdot (x, y, z)/r = x \cos \varphi / r + z \sin \varphi / r$ .

Iz izenačenja  $x \cos \varphi / r + z \sin \varphi / r = \sin \delta$ , sledi  $r \sin \delta = x \cos \varphi + z \sin \varphi$ . Zapisano enačbo kvadriramo, upoštevamo  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$  in dobimo:

$$(x^2 + y^2 + z^2) \sin^2 \delta = (x \cos \varphi + z \sin \varphi)^2.$$

To je enačba plašča krožnega dvojnega stožca z odprtino  $2 \cdot (90^\circ - \delta)$ . Presek tega plašča z ravnino, vzporedno z ravnino  $(xy)$ , pa je stožnica. Enačbo stožnice, to je krivulje, ki jo tekom dneva na vodoravni ravnini popiše konec (vrh) sence naše palice (pokončnega stožca), dobimo s presekom plašča krožnega dvojnega stožca in vodoravno ravnino z enačbo  $z = -v$ .

• Krivulja, ki jo določenega dne ( $\delta$ ) popiše konec sence palice na vodoravni ravnini v kraju z geografsko širino  $\varphi$ , ima torej enačbo:

$$(x^2 + y^2 + v^2) \sin^2 \delta = (x \cos \varphi - v \sin \varphi)^2$$

To je iskana enačba sence v vodoravni  $(xy)$  ravnini. O tej enačbi lahko razpravljamo za različne geografske širine  $\varphi$  (različne kraje) in za različne deklinacije  $\delta$  Sonca (različne datume). Enačba je splošno veljavna, velja za vsak kraj in čas na Zemlji, seveda pri omejitvah:  $-90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$  in  $-23,5^\circ \leq \delta \leq 23,5^\circ$ .

• • Namesto vrha  $O$  navpične palice z višino  $v$  si lahko mislimo tudi vrh vodoravne palice z dolžino  $d$ , ki jo navpično zapičimo v navpično ravnino. Enačba sence v navpični ravnini ( $yz$ ) tako za  $x = d$  dobi obliko:

$$(d^2 + y^2 + z^2) \sin^2 \delta = (d \cos \varphi + z \sin \varphi)^2.$$

Če pa si predstavljamo, da leži  $O$  na vrhu palice z dolžino  $a$ , ki jo navpično zapičimo v ekvatorialno ravnino tako, da je palica usmerjena proti severnemu nebesnemu polu, dobimo enačbo plašča krožnega dvojnega stožca s skalarnim produktom  $\mathbf{e} \cdot \mathbf{f} = 1 \cdot 1 \cdot \cos(90^\circ - \delta) = \sin \delta$  in hkrati  $\mathbf{e} \cdot \mathbf{f} = (0, 0, 1) \cdot (x, y, z)/r = z/r$ . Torej je enačba plašča  $z/r = \sin \delta$  oziroma:

$$z = (x^2 + y^2 + z^2) \sin \delta$$

• • • Enačba sence v ekvatorialni ravnini za  $z = -a$  dobi obliko:

$$a^2 = (x^2 + y^2 + a^2) \sin^2 \delta \text{ in končno:}$$

$$x^2 + y^2 = a^2 / \tan^2 \delta; \delta \neq 0$$

To pa je enačba krožnice z radijem  $R = a / \tan \delta$ .

### Zgledi

Poglejmo, kakšno krivuljo popiše konec sence palice ob enakonočju ( $\delta = 0$ ) pri nas ( $\varphi = 45^\circ$ ) in na ekvatorju ( $\varphi = 0$ ) na vseh treh ravninah.

• Na vodoravni ravnini izpeljemo, da je  $(x \cos \varphi - v \sin \varphi)^2 = 0$ , od koder sledi  $x = v \tan \varphi = \text{konstantno} = v$ . To pa je premica, vzporedna z osjo  $y$ . Na ekvatorju ( $\varphi = 0$ ) je ob enakonočju  $x = 0$  in tako krivulja degenerira kar v os  $y$ , torej premico, ki poteka od zahoda proti vzhodu in gre skozi podnožiče palice in je pravokotna na poldnevnicu.

• • Na navpični ravnini izpeljemo  $(d \cos \varphi + z \sin \varphi)^2 = 0$  in  $z = -d / \tan \varphi = \text{konstantno} = -d$ . To je premica, vzporedna z osjo  $y$ . Na ekvatorju ob enakonočju pa je ta dan senca neopredeljena.

• • • Na ekvatorialni ravnini je tega dne pot vrha sence neopredeljena, saj gre  $R$  v neskončnost, in to za vse  $\varphi \geq 0$ . Jeseni in

pozimi pa senca palice sploh ne pade na ekvatorialno ravnino. V ostalih dneh, to je od spomladanskega do jesenskega enakonočja, se vrh sence palice giblje po krožnicah, od katerih doseže  $R$  minimum ob poletnem Sončevem obratu, ko je  $R = a/\operatorname{tg} 23,5^\circ \approx 2,3 a$ . V ostalih dneh je radij krožnice večji.

Torej, v vseh primerih, razen ko gre za neopredeljenost, je krivulja, po kateri se giblje vrh sence palice na teh treh ravninah, stožnica, ki v posebnem primeru degenerira v premico.

### Naloge

1. Nekega sončnega dne od jutra do večera opazujte senco, ki jo meče: a) navpična palica na vodoravna tla; b) vodoravna palica na navpično ravnino in c) v severni pol usmerjena palica na ekvatorialno ravnino. Lahko izberete tudi druge možnosti (glede lege palice in ravnine). Poskusite eksperimentalno ugotoviti krivuljo, po kateri se konec (vrh) sence palice giblje v opredeljeni ravnini ta dan.

## **8. Hkratna vodoravna in navpična sončna ura**

Opišemo izdelavo preproste sončne ure, ki je hkrati vodoravna in navpična ura. Na obeh številčnicah namreč hkrati preberemo isti čas (seveda odvisno od natančnosti izdelave ure). Ura velja izključno za (naše) kraje, kjer je zemljepisna širina okoli  $45^\circ$ . Številčnici sta preprosti. Zato je ura nekoliko manj natančna (na  $\pm 15$  minut).

Iz lesa izdelamo kvader z robovi:  $a$ ,  $a\sqrt{2}$  in  $a\sqrt{2}$  – širina, dolžina in višina kvadra ( $a\sqrt{2}$  je dolžina diagonale kvadrata s stranico  $a$ ; če je na primer  $a = 10$  cm, je  $a\sqrt{2} = 14,1$  cm). Če torej narišemo kvadrat s stranico  $a$ , je en rob tega kvadra po dolžini enak dolžini stranice kvadrata, dva robova pa sta enaka dolžini njegove diagonale.

Naj bo kvader obrnjen tako, da vsi štirje robovi  $a$  kvadra kažejo v smer vzhod-zahod (gl. sliko). Mi gledamo nanj z južne smeri proti severu. Osnovna ploskev kvadra je pravokotnik s stranicama  $a$  in  $a\sqrt{2}$ . Uporabimo zgornjo osnovno ploskev, to je zgornji pravokotnik (zgoraj, na vrhu kvadra) in ga oblikujemo v poenostavljeno številčnico vodoravne sončne ure. To oblikujemo tako, da narišemo diagonali skozi središče  $S_1$  pravokotnika in prav tako

srednjici skozi to središče. Tam, kjer prva srednjica preseka stranici  $a$  pravokotnika (robova kvadra  $a$ ), je spredaj jug  $S$ , zadaj sever  $N$  (oznaka za 12. uro). Tam, kjer druga srednjica preseka stranici pravokotnika oziroma robova kvadra  $a\sqrt{2}$  desno je vzhod  $E$  (18. ura), levo pa zahod  $W$  (6. ura).

Navpična stranska ploskev kvadra, ki jo gledamo, je navpični pravokotnik s stranicama  $a$  (širina) in  $a\sqrt{2}$  (višina). Ta se nahaja spredaj kvadra (ena je še

zadaj, ki nas ne zanima). Navpični pravokotnik spredaj kvadra oblikujemo tudi v poenostavljeno navpično številčnico. To oblikujemo podobno kot vodoravno. Skozi središče  $S_2$  tega pravokotnika narišemo diagonali in srednjici. Tam, kjer

vodoravna srednjica preseka navpična robova kvadra  $a\sqrt{2}$  sta: desno vzhod  $E$  (18. ura) in levo zahod  $W$  (6. ura). Tam, kjer preseka navpična srednjica rob  $a$  spodaj, pa označimo z oznako za 12. uro.

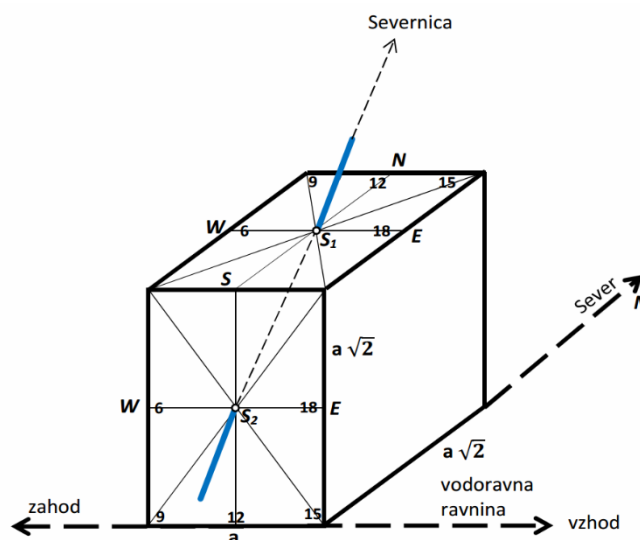
Skozi kvader natančno izvrtamo ravno okroglo luknjico (primernege premera), ki povezuje središči  $S_1$  in  $S_2$  obeh omenjenih pravokotnikov. Skozi

njo položimo tako dolgo ravno leseno ali kovinsko paličko (daljica), da zgoraj in spredaj kvadra gleda enak, vendar dovolj dolg del paličke ven iz kvadra. Palička oklepa z vodoravno in navpično številčnico kot  $45^\circ$ . Paličko zalepimo, da se ne premika. Sončna ura je narejena. Postavimo jo na vodoravno podlago, jo orientiramo (vodoravni robovi  $a$  kažejo v smeri vzhod-zahod, vodoravni robovi  $a\sqrt{2}$  pa v smeri jug-sever) in v sončnem vremenu ura že deluje. Zgornji del paličke meče senco na zgornjo ploskev, to je na vodoravno številčnico, spodnji del paličke pa meče senco na sprednjo ploskev, to je na navpično številčnico. Na obeh številčnicah mora senca paličke kazati isti čas.

S pomočjo narisanih diagonal obe številčnici dopolnimo, to je označimo oznake za 9. in 15 uro na obeh številčnicah v ustreznih ogliščih kvadra. Številčnici sta sicer grobi, a ju lahko po opazovanju sence paličke na številčnicah izdelamo še natančneje (naredimo oznake za vsako uro).

Uro izdelamo poljubno veliko, jo postavimo na domači balkon ali vrt ali šolsko igrišče - vedno na vodoravno podlago. Pri izdelavi ure se lahko še poljubno umetniško izrazimo. Namesto paličke lahko uporabimo tudi enakokraki pravokotni trikotnik. Kako, pogledj literaturo.

Izdelana sončna ura je pripravljena za zimski čas. V poletnem času upoštevamo premik ure za eno uro naprej. Namesto 11. ura pišemo 12. ura, namesto 12. ura pišemo 13. ura itn. Senca paličke v poletnem času torej pade proti severu ob 13. uri in ne ob 12. uri.



**Takole kvader z robovi  $a$ ,  $a\sqrt{2}$ ,  $a\sqrt{2}$  in ravno paličko lahko preuredimo v preprosto sončno uro, ki kaže isti čas hkrati na vodoravni in navpični številčnici. Ta sončna ura je seveda že orientirana. Palička oziroma ustrezni robovi kvadra  $a\sqrt{2}$  so namreč natančno usmerjeni v smer sever-jug itn. Tudi ta sončna ura je zrasla na mojem zeljniku ©.**

## 9. Sončna ura v šoli

Kakšno sončno uro bi bilo smiselno postaviti v šoli. Naredimo pač takšno, ki nam je všeč, kakršno smo si zamislili, da je po naše najboljša, jo obvladamo in jo znamo. Tudi odlično narediti. Vendar pa sem še vedno prepričan, da mora biti sončna ura v šoli narejena tako zelo preprosto, da človek (učenec, dijak, učitelj) ob pogledu nanjo v prvem trenutku doživi tesen stik z njo kot živim organizmom, jo notranje doživi in takoj ugotovi, brez kakšne posebne modre razlage, kako deluje. Predvsem mora sončna ura stati na vidnem in odprtem mestu blizu šolske stavbe (recimo na dvorišču, igrišču) in ne sme biti premajhna, vsekakor večja od človeka. Le takšna ura na človeka naredi vtis.

Omejili se bomo na šolsko vodoravno sončno uro. Njena številčnica naj leži na vodoravnih travnatih ali peščenih tleh (ravnini), ne na asfaltu ali betonu. Namesto od Sonca osvetljene palice, ki meče senco na vodoravna tla in kaže čas, uporabimo visok poševen slok stožec, katerega os kaže proti Severnici (natančneje proti severnemu nebesnemu polu). Os tako z vodoravno ravnino oklepa kot, ki je za kraje na severni Zemljini poluti na splošno enak zemljepisni širini kraja (pri nas  $46^\circ$ ). Vendar pa za naše kraje zadostuje, da za ta kot vzamemo kar  $45^\circ$ , kar poenostavi račune in izdelavo ure. Ta poenostavitev praktično ne vpliva na natančnost ure, če nismo pretirano in pretirano natančni. Os poševnega stožca mora biti usmerjena natanko proti severu in nagnjena za  $45^\circ$  proti vodoravni ravnini. To ni težko doseči.

Izdelamo lesen (betoniran, kamnit, kovinski) poševni stožec\* z osjo, dolgo približno 4,5 m, in osnovno ploskvijo, krogom s premerom od 0,6 m do 1 m. Tak poševni stožec je visok okoli  $4,5/\sqrt{2}$  m = 3,18 m in na človeka naredi vtis.

Najprej po načrtu izdelan stožec natančno postavimo, to je orientiramo v prostoru. Njegovo os usmerimo natanko v smer proti severu in naklonjeno  $45^\circ$  proti vodoravnimi tlemi, šele potem se lotimo izdelave številčnice vodoravne

.....

\* Ali tudi tristrano poševno piramido z osnovno ploskvijo, ki je enakostranični ali enakokraki trikotnik. Namesto poševnega stožca si lahko za gnomon (sončno kazalo) izmislimo razne variante slokih in zgoraj ošiljenih teles, tudi kombinacijo valja in stožca itn. Pri izgradnji take ali drugačne sončne ure v šoli se lahko kakorkoli umetniško (arhitekturno) izživimo, kar je stvari le v prid.

sončne ure, in sicer kar po opazovanju sence, ki jo od Sonca osvetljeni stožec meče na vodoravna tla. Okrog osnovne ploskve stožca narišemo primerno veliko in dobro označeno krožnico s polmerom 2 m do 3 m in s središčem v središču osnovne ploskve S. Oznake za polne ure, to je tam, kjer središče dela sence stožca ob polni uri preseka krožnico, označimo na tej krožnici večkrat na leto. Upoštevamo povprečno vrednost za oznako polne ure. Tam nato postavimo ploščat kamen (na primer pravokotniške oblike) in nanj napišemo (označimo) uro. Tam, kjer smer od središča osnovne ploskve proti severu N preseka krožnico, postavimo oznako za 12. uro. V to smer pade senca stožca opoldne.

Lege oznak za posamezne polne ure na krožnici, kjer je številčnica, lahko (zaželeno je) preverimo še računsko. Velja enačba:  $\text{tg } \alpha = \sin \varphi \cdot \text{tg } H$ , kjer  $\alpha$  pomeni kot med smerjo proti severu in smerjo sence v določenem trenutku (npr. ob polni uri),  $\varphi$  je zemljepisna širina kraja (pri nas je  $\varphi = 46^\circ$ ) in  $H$  časovni kot Sonca v določenem trenutku (polni uri).





Ta šolska vodoravna sončna ura je natančna vsaj okoli  $\pm 15$  minut. Pripravljena je za zimski čas in naj takšna ostane čez vse leto. V poletnem času upoštevamo premik ure za eno uro naprej; senca stožca pade proti severu ob 13. uri.

## 11. Literatura

F. Avsec in M. Prosen, *Astronomija*, DMFAS, Ljubljana 2006.

M. Prosen, *Astronomska opazovanja*, Presekova knjižnica **3**, DMFAS, Ljubljana 1978.

M. Prosen, *Ukvarjanje s senco*, Presekova knjižnica **39**, DMFAS, Ljubljana 2003 in vsa tam citirana literatura.

M. Prosen, *Senca gnomona*, Spika **2**, 541, Ljubljana 1994 in tam vsi moji članki o senci.

B. Dintinjana, H. Mikuž, T. Zwitter, *Astronomske efemeride: Naše nebo*, Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, vsakoletna izdaja (tu so npr. podatki za deklinacijo Sonca).

\*\*\*

### **Moje delo v astronomiji (1960–2017)**

v strokovnem in poljudno znanstvenem pogledu

Kaj sem dobrega, koristnega, pomembnega ali spodbudnega naredil na področju astronomije v Sloveniji? To navajam v spodnjih vrsticah.

1. Določitev zemljepisne dolžine in širine stebra pasažnega oziroma tranzitnega inštrumenta AGO z astronomskimi metodami (Op. Pri meritvah zemljepisne širine v letu 1965 in v letu 1966 sem imel absolutno napako 0,02", kar je odličen rezultat).

2. Pisanje zgodovine slovenske astronomije od 12. stoletja do danes, splošni pregled in gesla za vse umrle astronome (ok. 20) v Enciklopediji Slovenije in tudi v posebni publikaciji *Astronomija na Slovenskem in slovenski astronomi na tujem (12.-21. stoletje, 2007)*.

3. Pisanje življenjepisa, dela in delovanja najmanj 35 slovenskih astronomov in številnih svetovnih astronomov od starega veka do danes (ni mogoče prešteti, tako veliko jih je) v Spiki, Preseku, Proteusu, Gei in spletu Knjižnice A. T. Linharta Radovljica.

4. Zanimivosti in zgodbe z neba (o ozvezdijih, zvezdah, zvezdnih kopicah itn.) v knjigi *Zvezdni miti in legende* (2002), na spletu Knjižnice A. T. Linharta Radovljica (čez 200) in dr.

5. Slovensko nebesno izrazje (nomenklatura) s knjigo *Imena nebesnih teles* (2003) in članki v Spiki.
6. Slovensko astronomsko izrazoslovje (terminologija) s knjižico *Leksikon astronomije* (2004) in dr. Op. V pouk astronomije uvedena izraza *sij* in *izsev* zvezde ter pridevnik *Sončev*, -a, -o, navedena razlika med *Mescem* (Luno) in *mescem* (čas. enota) in (našo) *Galaksijo* in *Rimsko cesto* (Galaksijo vidimo na nebu kot *Rimsko cesto*), *ozvezdja zodiaka* pa so *zodiaška* (ne po nemško zodiakalna) *ozvezdja* itn. *Z gesli iz astronomije* sem sodeloval tudi pri *Ilustrirani zgodovini Slovencev* (1999) in pri novem *Slovenskem velikem leksikonu*.
7. Pisec učbenikov astronomije za OŠ in SŠ in več učbenikov geometrije za SŠ.
8. Pisec astronomskih vsebin za otroke z najmanj petimi knjigami.
9. Popularizacija astronomije od 1964 dalje s članki, knjigami, predavanji, raziskovalnimi nalogami, delavnicami, prispevki na spletu, ... .
10. Astronomske (dnevne in nočne) delavnice in predavanja (preko 300).
11. Mentor prvih treh astronomskih taborov v Sloveniji (1978-90).
12. Področni urednik za astronomijo pri Preseku (10 let).
13. Sodelavec astronomskih efemerid *Naše nebo* DMFA RS (14 let).
14. Urednik in redaktor matematičnih učbenikov na Zavodu RS za šolstvo (13 učbenikov).
15. Predsednik AS PDS (1969-71) in organiziranje in izvedba Akcije AT-140 z ustrežno brošuro Miroslava Pleterskega o samogradnji teleskopa.
16. Vodja Astronomske terminološke komisije pri DMFA R Slovenije (1968-72).
17. Opazovanje sence in ugotovitev enačbe od Sonca osvetljene sence palice na vodoravni, navpični in ekvatorialni ravnini (1994-2017).

.....  
 Ad 1. Skupaj z mag. Pavlo Ranzinger.

Ad 2. *Astronomija na Slovenskem* ... skupaj z dr. Stanislavom Južničem.

Ad 7. *Astronomija za OŠ* skupaj z mag. Majdo Vehovec, *astronomija za SŠ* skupaj s Francetom Avscem, *geometrije za SŠ* skupaj z več avtorji.

Ad 4, ad 8, ad 10 skupaj s Stano Prosen.

□ □ □

□