PRIMERJAVA STATISTIČNIH METOD ZA OCENO EKSTREMNIH VREDNOSTI PADAVIN
COMPARISON OF STATISTICAL METHODS FOR ESTIMATION OF EXTREME VALUES OF PRECIPITATION AMOUNTS

Samo RINK, Tanja CEGNAR
Hidrometeorološki zavod SRS, Ljubljana

551.577
551.582

SUMMARY

Many statistical methods are known for estimation of annual extreme values of daily precipitation and their return periods. Three methods, namely Jenkinson's, Gumbel's and the peaks over threshold method were compared on the basis of different sets of data for the stations Ljubljana, Brnik and Murska Sobota. An attempt has been made to find the most suitable method for operational use in our region. The results of these methods for the period 1951-1984 were represented graphically as the dependence between extreme values x_E and the logarithm of the return periods lnT. It was concluded that:

1. the results of the methods are quite different, even for the stations of Ljubljana and Brnik, in spite of the resemblance in precipitation regimes of these stations,
2. the calculated extreme values for several return periods are dependent on the choice of elementary time unit,
3. Jenkinson's method should not be applied in cases when the disribution of annual daily extreme values does not fit the theoretical distributon,
4. Gumbel's method should not be applied for larger return periods.

POVZETEK

Primerjali smo tri metode (Gumbelovo, Jenkisonovo in metodo vrhov) za računanje letnih ekstremnih vrednosti dnevnih padavin in ustreznih povratnih dob na osnovi različno dolgih nizov podatkov. Želeli smo določiti za naše razmere najbolj ustrezno metodo, ki bi ji v operativni rabi dali prednost.

UVOD

V statistiki je poznanih več metod za oceno ekstremnih vrednosti količin, ki nam na osnovi krajšega niza podatkov izračunajo ekstrem v daljšem obdobju. Primerjali smo tri metode : Jenkinsonovo, Gumbelovo in metodo vrhov pri letnih maksimalnih dnevnih padavinah 34-letnega niza (1951-1984) ter poskušali ugotoviti, katera metoda je za naše razmere v Sloveniji najbolj uporabna. Za obdelavo smo izbrali tri postaje : Ljubljano, Brnik in Mursko Soboto. Za Ljubjano in Mursko Soboto so nam bili na razpolago tudi daljši nizi letnih ekstremov, tako da smo lahko na različno dolgih nizih primerjali rezultate Jenkinsonove in Gumbelove metode. Metode vrhov nismo testirali na daljšem nizu, ker zahteva vse podatke za posamezno leto, ki presegajo izbrani prag, to pa bi zahtevalo veliko dela z zajemanjem podatkov v računalniški arhiv. Zato smo bili pri tej metodi vezani samo na 34-letni računalniški arhiv. Za vrednost praga pri posamezni postaji smo izbrali najmanjši letni ekstrem dnevnih padavin celotnega obdobja.

Rezultate metod za niz 1951-1984 smo grafično predstavili kot odvisnost ekstremnih vrednosti x_E od logaritma povratnih dob lnT.

Nekateri avtorji poudarjajo pomembnost izbire časovnega intervala za povratno dobo. Tako Makjanić (1977) predlaga 1 leto in opozarja, da moramo biti pri izbiri krajših časovnih enot previdni in moramo preveriti ustreznost določenega teoretičnega modela. Nekateri avtorji opozarjajo tudi na ustrezno velikost vzorca. Suzuki (1980) meni, da za vzorec z manj kot 10 elementi ni v praksi uporabne metode, ki bi dajala zadovoljive rezultate. Šele za vzorec z vsaj 30 elementi priporoča uporabo statističnih metod, ki smo jih uporabili tudi mi. Za metode, ki se naslanjajo na porazdelitve tipa $F(y)=\exp(-\exp(-y))$, naj bi po njegovem priporočilu uporabljali vzorce z vsaj 70 elementi.

TEORIJA

a) JENKINSONOVA METODA

Jenkinson (1955) si je izbral vzorec N med seboj neodvisnih elementov (letnih ekstremov), izračunal frekvenčno porazdelitev ekstremnih vrednosti g(x) oziroma število elementov v vzorcu, ki so večji od dane vrednosti x, iz tega pa verjetnost Q(x'>x), da je neki x' večji od x:

$$Q(x'>x) = g(x)/N \qquad (1)$$

Verjetnost P(x'<x), da je neka vrednost x' manjša od dane vrednosti x je:

$$P(x'<x) = 1-Q = 1-g(x)/N \qquad (2)$$

Verjetnost F(x'<x), da so vsi elementi vzorca manjši od x je:

$$F(x'<x) = (1-g(x)/N)^N \qquad (3)$$

in v limiti za dovolj velik vzorec prehaja v exp(-g(x)). Če uvedemo novo spremenljivko $y = -\ln g(x)$, zapišemo $F(x) = \exp(-(\exp(-y))$.

Verjetnost, da se v kateremkoli letu preseže letna maksimalna vrednost, je 1-F(x), v T letih pa:

$$1/T = 1-\exp(-(\exp(-y)) \qquad (4)$$

zato je y povezan s povratno dobo T:

$$y = -\ln \ln (T/(T-1)) \doteq \ln T \qquad (5)$$

Povratna doba za nek dogodek nima velike prognostične vrednosti, saj je le srednja vrednost časovnega razmika (v letih) med dvema zaporednima dogodkoma v porazdelitvi dogodkov, ko obravnavana količina x vsaj enkrat preseže določeno vrednost. Ustrezno vrednost za x lahko razberemo grafično iz teoretične krivulje y = y(x) ali pa jo dobimo iz splošne rešitve Fisher Tippetove funkcijske enačbe (1928), ki opisuje vse tipe porazdelitev ekstremnih meteoroloških parametrov:

$$P^N (x) = P(a_N x + b_N) \qquad (6)$$

pri tem je N velikost vzorca, a_N in b_N sta funkciji velikosti vzorca, P = exp(-exp(-y)) pa je verjetnost, da je letna maksimalna vrednost manjša od izbrane določene vrednosti x. Splošno rešitev za x je ugotovil Jenkinson (1955):

$$x = x_O + a(1-\exp(-ky)), \text{ kjer je } a \cdot k > 0 \qquad (7)$$

Parametre x_O, a in k moramo določiti iz vzorca podatkov. V naravi lahko po navedbah Jenkinsona najdemo primere za več vrst krivulj y = y(x); y je vedno naraščajoča funkcija x. Ločimo tri tipe krivulj:

-odvod dy/dx pada z naraščajočim x (krivulje I tipa, k < 0 ; po Jenkinsonu ustreza ta oblika pojavljanju ekstremnih vrednosti nalivov maksimalnih padavin),

-odvod dy/dx = konst (krivulje II tipa, k = 0 ; po Jenkinsonu ustreza ta oblika pojavljanju ekstremnih vrednosti pritiska),

-odvod dy/dx narašča z naraščajočim x (krivulje III tipa, k > 0 ; po Jenkinsonu ustreza ta oblika ekstremnim temperaturam in pretokom voda).

Roškar (1975) je s to metodo obravnaval 10 minutne, enourne in šesturne ekstremne nalive za večje število postaj v Sloveniji. Opozorimo naj še na razmišljanje o uporabnosti krivulj I, II in III tipa. V naravi fizikalni zakoni ne dopuščajo fizikalnim količinam, da bi zavzele poljubno velike vrednosti. Tudi na osnovi lastnih izkušenj vemo, da na primer maksimalne in minimalne temperature, količine padavin v določenem časovnem intervalu, ne morejo biti poljubno velike. Na osnovi takega razmišljanja Makjanić (1977) trdi, da mora biti "k" pozitiven. V primeru, da izračunan "k" ni pozitiven, smo naredili pri računanju napako ali pa smo izbrali nereprezentativen vzorec. V obeh primerih moramo tako vrednost zavreči kot fizikalno nesprejemljivo.

b) GUMBELOVA METODA

Gumbel je leta 1935 dokazal (Nemec,1964), da maksimalne vrednosti padavin naraščajo približno linearno z logaritmom časa vzorčenja. Ta teoretična predpostavka ima to pomanjkljivost, da dobimo pri velikih povratnih dobah izredno velike ekstremne vrednosti, kar fizikalno ni sprejemljivo. Kljub temu pa daje ta metoda za krajše povratne dobe sprejemljive rezultate in jo v praksi pogosto uporabljamo, saj moramo na osnovi kratkega niza podatkov oceniti maksimalno vrednost kakega parametra v daljšem obdobju. Gumbelova metoda je pravzaprav (kot bomo videli) poenostavitev Jenkinsonove metode ter velja samo v posebnem primeru. Bistvo metode je v tem, da izračunamo na osnovi kratkega niza opazovanj določenih ekstremnih vrednosti ustrezne parametre opazovane frekvenčne porazdelitve ekstremnih vrednosti (frekvenčni faktor K, y, x,σ) in jo z ekstrapolacijo (enačba 8) nadomestimo s teoretično Gumbelovo frekvenčno porazdelitvijo ekstremnih vrednosti:

$$x_T = \bar{x} + \sigma K \qquad (8)$$

$$K = (y - y_N)/ s_N \qquad (9)$$

pri tem so oznake:

x_T: ekstrapolirana vrednost, ki velja za daljši niz T letnih ekstremnih vrednosti dnevnih padavin,

$\bar{x}$: povprečna vrednost krajšega niza N ekstremnih vrednosti,
σ : standardna deviacija krajšega niza N ekstremnih vrednosti,
s_N: reducirana standardna deviacija kot funkcija velikosti vzorca N (iz tabel 19b, Nemec, 1964),
y_N: reducirano povprečje kot funkcija velikosti vzorca N (iz tabel 19a, Nemec, 1964),
y : reducirana spremenljivka (gl. en. 5)

V logaritemski skali dobimo za y=y(x) premico, iz katere lahko tudi grafično določimo ekstremno vrednost za željeno povratno dobo (glej sl. 10). Fisher in Tippet (1928) ter Gumbel (1935) so dokazali, da velja v limiti za veliko število podatkov, da je krivulja y=y(x) premica. Glede na to, da Gumbelova teorija trdi, da je odvod dy/dx konstanten, je to samo drugi primer Jenkinsonove splošne rešitve Fisher Tippetove enačbe (6), ki ustreza krivulji II tipa.

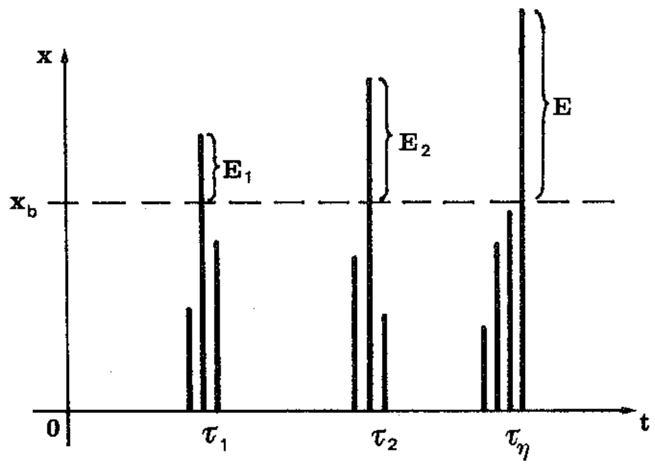
c) METODA VRHOV

To je metoda ekstremnih vrednosti, ki sloni na analizi prekinjenih slučajnih procesov (Partial duration series method). Uvedel jo je Todorovic (1970) in se po njegovem mnenju z njo dobi najnatančnejšo analizo vzorcev. Ta metoda je v svetovni literaturi dobila ime Peaks over threshold method. Vse metode ekstremnih vrednosti, ki slonijo samo na analizi letnih ekstremov, vsebujejo to pomanjkljivost, da se pri oblikovanju statističnega vzorca vzame samo en podatek na leto, druge podatke pa se zavrže, čeprav so lahko bili značilni za opazovani pojav. Temu se izognemo na ta način, da upoštevamo vse opazovane vrednosti nad izbranim pragom ne glede na njihovo število v posameznih letih. V nekem časovnem intervalu (0, t), ki je lahko npr. leto, analiziramo pojavljanje vrednosti slučajne spremenljivke (v našem primeru gre za količine dnevnih padavin, ki presežejo neko izbrano vrednost x_b). To vrednost imenujemo prag. To je tipičen slučajni proces, ker ne moremo z gotovostjo predvideti, katerega leta se bo pojavila neka določena ekstremna vrednost.

Na sliki 1 je nazorno prikazano pojavljanje vrhov, kjer so E_1, E_2 do E_η vrednosti posameznih vrhov, τ_ν pa časi pojavljanja vrhov, η slučajno število pojavljanja vrhov v intervalu (0, t). Ta slučajni proces je definiran z izrazom:

$$\chi(t) = \sup_{\tau_\nu \le t:\ \nu=1,2,\dots,\eta} E_\nu, \quad E = x - x_b \qquad (10)$$

kjer je $\chi(t)$ število vrhov, ν pa zaporedna številka pojavljanja vrha. Pojav lahko opišemo s porazdelitveno funkcijo $F_\tau(t) = P(\chi(t) \le x)$.



Slika 1 Pojavljanje vrhov
Figure 1 Appearance of peaks

Za izračun te porazdelitvene funkcije moramo analizirati dva slučajna procesa: 1. število ekstremov, ki so večji od praga x_b in se pojavijo v časovnem intervalu (0,t). 2. višino ekstremov, ki so večji od dane vrednosti praga. Števila vrhov v danem časovnem intervalu ni mogoče v naprej predvideti. Ta pojav je markovski proces s naslednjimi lastnostmi:

a) verjetnost P, da se bo pojavil en vrh v časovnem intervalu $(t,t+\delta t)$, če je bilo v intervalu (0,t) ν vrhov, je enaka:

$$P(E_1^{\delta t} / E_\nu^{\delta t}) = \lambda(t,\nu)\,\delta t + o(\delta t), \quad \delta t \to 0 \tag{11}$$

b) verjetnost P, da se bo v majhnem časovnem intervalu $(t,t+\delta t)$ pojavilo več vrhov $(r > 1)$, je zelo majhna:

$$P(E_r^{\delta t} / E_\nu^{\delta t}) = o(\delta t), \quad r > 1 \tag{12}$$

c) verjetnost P, da se ne bo v majhnem časovnem inter valu $(t,t+\delta t)$ pojavil niti en vrh, če se je v intervalu (0,t) pojavilo ν vrhov, je:

$$P(E_0^{\delta t} / E_\nu^{\delta t}) = 1 - \lambda(t,\nu)\,\delta t + o(\delta t) \tag{13}$$

d) verjetnost P, da v časovnem intervalu (0,t) pri t=0 ni vrhov, je enaka 1:

$$P(E_0^0) = 1. \tag{14}$$

V teh izrazih je z $\lambda(t,\nu)$ označena funkcija pogostosti pojavljanja vrhov, ki predstavlja mejno vrednost verjetnosti pojavljanja enega vrha v zelo majhnem časovnem intervalu $(t,t+\delta t)$ pod pogojem, da so se v intervalu (0,t) vrhovi ν krat pojavili:

$$\lambda(t,\nu) = \lim_{\delta t \to 0} P(E_1^{\delta t} / E_\nu^t) / \delta t \tag{15}$$

Verjetnost $P(E_\nu^T)$, da se pojavi določeno število vrhov v določenem časovnem intervalu $(0,t+t)$, se lahko izračuna z vsoto verjetnosti:

$$P(E_\nu^T) = \sum_{r=0}^{\upsilon} P(E_{\upsilon-r}^t, E_r^t) / \delta t \tag{16}$$

Iz tega izraza dobimo sistem parcialnih diferencialnih enačb, njihova rešitev je odvisna od $\lambda(t,\upsilon)$; za λ je predpostavljeno, da je odvisna od časa t , ne pa od števila predhodnih pojavljanj vrhov. Iz sistema pacialnih diferencialnih enačb dobimo Poissonov zakon verjetnosti pojavljanja vrhov s spremenljivim parametrom (t). Glede na to, da je povprečno število pojavljanja vrhov (t) v časovnem intervalu (0,t) oz. matematično upanje enako:

$$L(t) = \int_0^t \lambda(s)ds \tag{17}$$

lahko število pojavljanj vrhov v določenem času definiramo s Poissonovim zakonom:

$$P(\upsilon) = \exp(-L(t)) \cdot (L(t))^{\upsilon} / \upsilon \tag{18}$$

Porazdelitvena funkcija ekstremov je:

$$F_t(x) = \exp(-L(t)) (1-H(x)) \tag{19}$$

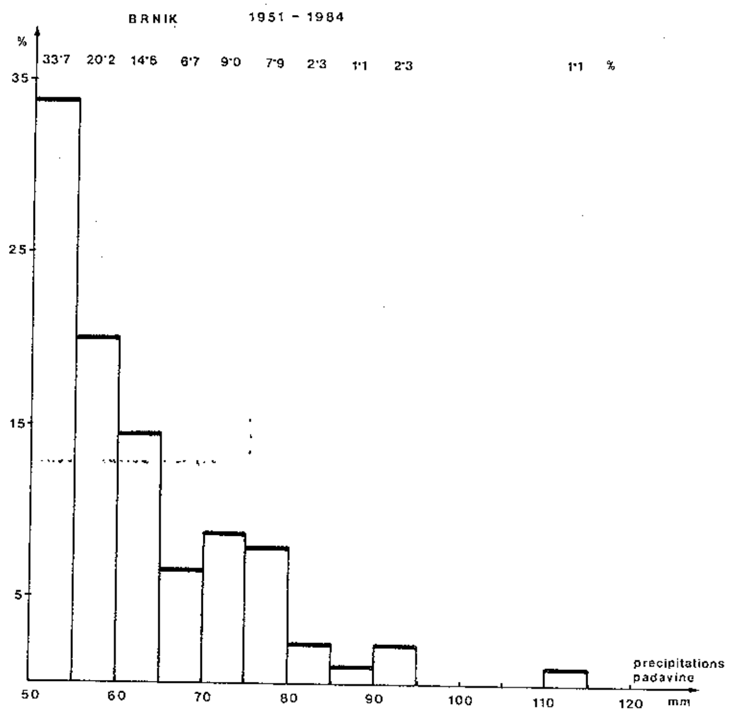
kjer je $H(x) = 1-\exp(-bx)^a$ Weibull-Goodrichova verjetnostna porazdelitev, kjer sta a in b parametra, ki se ju določi z metodo sukcesivne aproksimacije (Despotović, 1983). Nujen pogoj za uporabo te metode je medsebojna neodvisnost vseh podatkov analiziranega vzorca. Razmerje med standardno deviacijo vzorca in povprečnim številom pojavljanja vrhov (R) mora biti čim bližje 1, da bi bile aproksimirane porazdelitve danih vrhov in letnih ekstremov čim bližje teoretični Poissonovi porazdelitvi.

Povprečno število pojavljanja vrhov je namreč število vseh vrhov v danem obdobju, deljeno s številom let danega obdobja. Metoda vrhov je bila uporabljena in testirana že z analizo maksimalnih dnevnih padavin, analizo maksimalnih pretokov vod in analizo nalivov (Despotović, 1983).

POTEK OBDELAVE PODATKOV

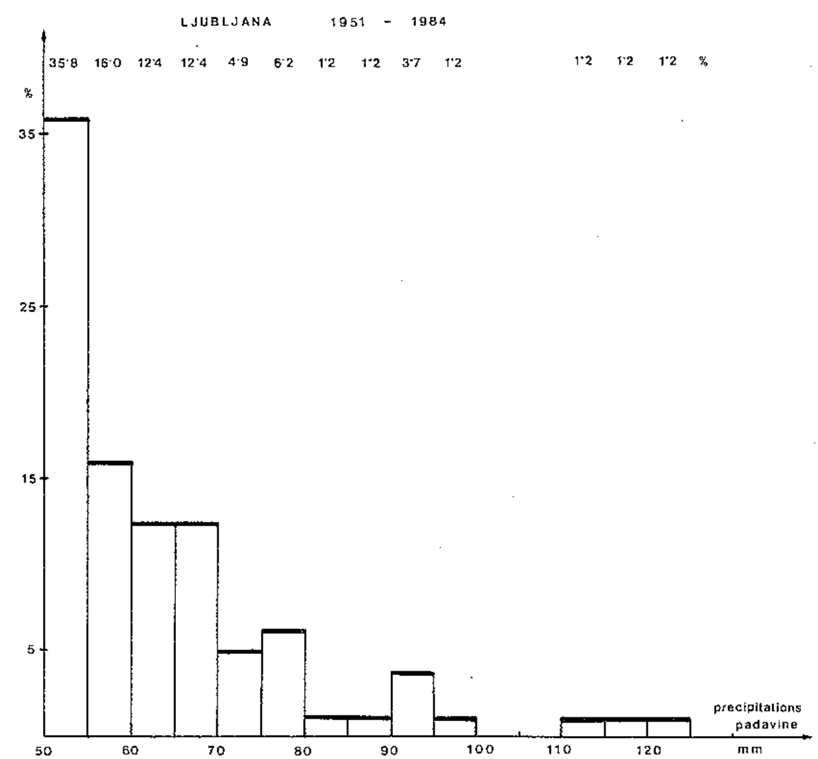
Najprej nekaj besed o izbiri postaj. Na HMZ razpolagamo z računalniškim arhivom dnevnih padavin za 64 postaj za obdobje 1951 - 1984. Zaradi težav pri numeričnem iskanju rešitev uporabljenih analitičnih izrazov, smo Jenkinsonovo metodo lahko uporabili le na 18 postajah. Izmed teh postaj smo izbrali tri in sicer Ljubljano, Brnik in Mursko Soboto. Kot kriterij izbire smo upoštevali padavinski režim na postajah. Po tem se Murska Sobota (za naše razmere) močno razlikuje od drugih dveh, ki sta si podobni in sta si geografsko blizu. Glavno pozornost smo namenili Ljubljani. Brnik in Murska Sobota sta nam služili za primerjavo, prva je geografsko najbližja in ima podoben padavinski režim, druga pa je oddaljena in ima drugačen padavinski režim.

Slike 2a, 2b, 2c prikazujejo porazdelitve relativne pogostosti dnevnih padavin nad pragom 50 mm.

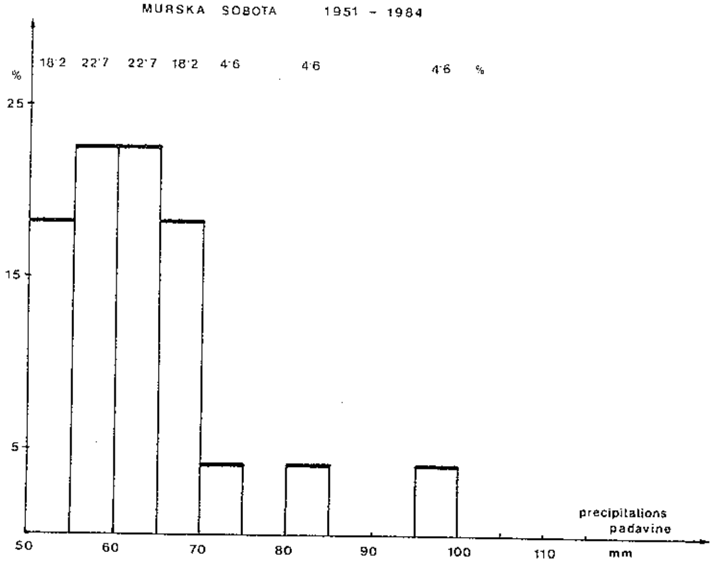


Slika 2a Porazdelitev relativne pogostosti dnevnih padavin nad 50 mm
Figure 2a Distribution of relative frequencies of daily precipitation over 50 mm

Vidimo, da ima Murska Sobota povsem drugačen padavinski režim, saj je večina dnevnih padavin pod 70 mm, pri drugih dveh pa je precejšen delež padavin tudi nad 70 mm.

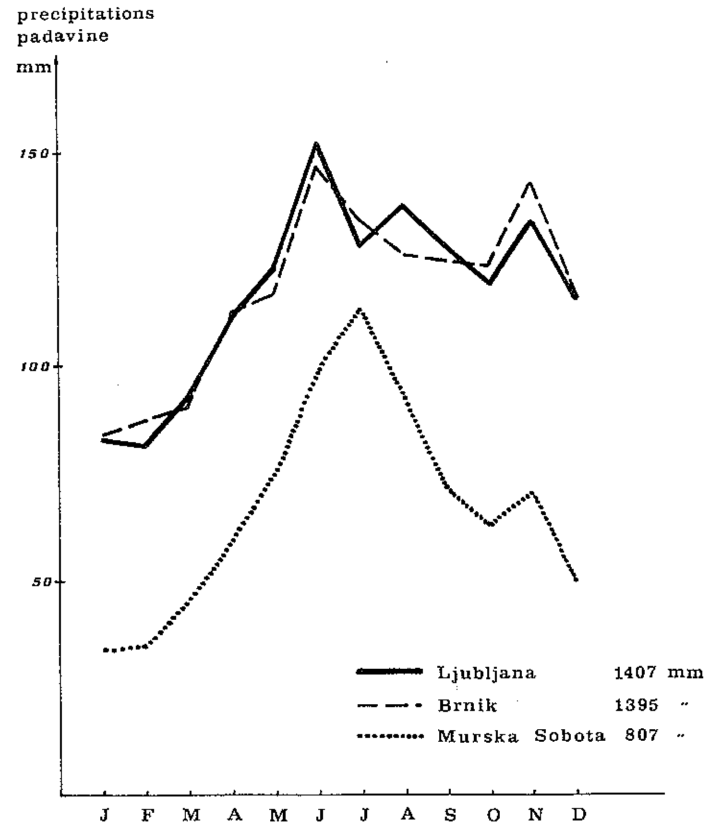


Slika 2b Porazdelitev relativne pogostosti dnevnih padavin nad 50 mm
Figure 2b Distribution of relative frequencies of daily precipitation over 50 mm

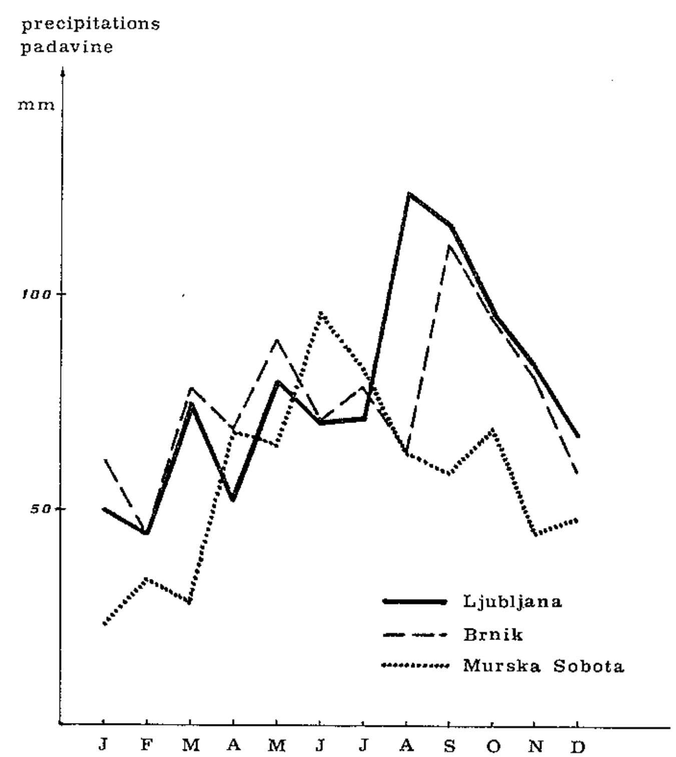


Slika 2c Porazdelitev relativne pogostosti dnevnih padavin nad 50 mm
Figure 2c Distribution of relative frequencies of daily precipitation over 50 mm

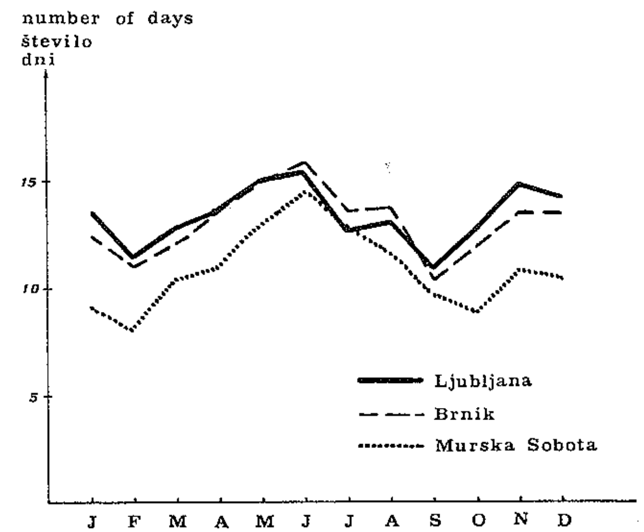
Slika 3 prikazuje povprečne mesečne in povprečne letne višine padavin za vse tri postaje. Iz nje razberemo, da imata Brnik in Ljubljana večja dolgoletna mesečna in letna povprečja od Murske Sobote, kar je znano dejstvo (Furlan 1961, Reya 1940,1945,1946). Slika 4 prikazuje maksimalne dnevne višine padavin po mesecih. Maksimalne dnevne višine padavin v Murski Soboti so nad maksimalnimi dnevnimi višinami na Brniku in Ljubljani v povprečju le v VI in VII mesecu. Sicer pa so absolutni dnevni maksimumi za obdobje 1951-1984 v Ljubljani 124.3 mm, na Brniku 111.9 mm ter v Murski Soboti 96.2 mm. Slika 5 prikazuje povprečno število dni s padavinami nad 0.1 mm po mesecih. Tudi teh je v Murski Soboti manj kot na Brniku in v Ljubljani. Povprečna letna števila so za Ljubljano 160, Brnik 157 ter Mursko Soboto 130. Za obdobje 1951-1984 smo na sliki 6 predstavili tudi porazdelitve po velikosti urejenih letnih ekstremov dnevnih padavin za vse tri postaje. Ker obstaja za Ljubljano tudi 132 letni niz letnih maksimalnih dnevnih padavin za obdobje 1853-1984, smo na sliki 7 predstavili tudi porazdelitev po velikosti urejenih letnih ekstremov dnevnih padavin za to postajo. Za Mursko Soboto obstaja 60 letni niz 1925-1984; porazdelitev po velikosti urejenih letnih ekstremov je predstavljena na sliki 8.



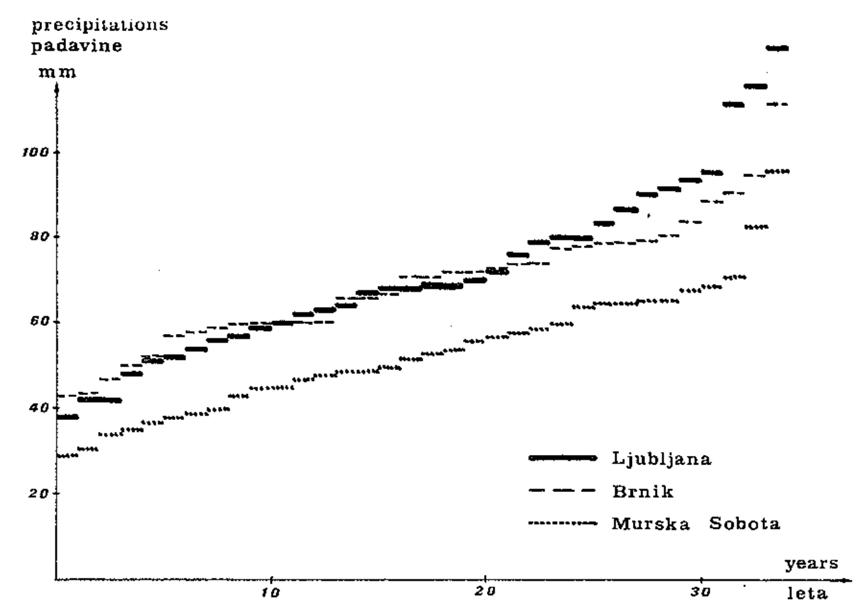
Slika 3 Povprečna mesečna in povprečna letna višina padavin za obdobje 1956-1985
Figure 3 Monthly and annual average of precipitaton for period 1956-1985



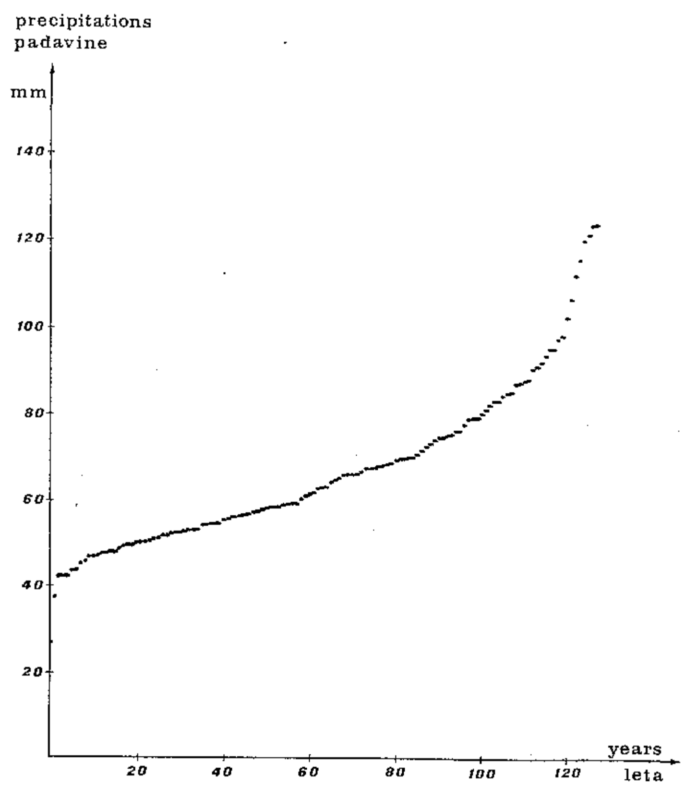
Slika 4 Maksimalne dnevne višine padavin po mesecih za obdobje 1956-1985
Figure 4 Maximal daily precipitation by month for period 1956-1985



Slika 5 Število dni s padavinami nad 0.1 mm za obdobje 1956-1985
Figure 5 Number of days with precipitation over 0.1 mm for period 1956-1985



Slika 6 Po velikosti urejeni letni ekstremi dnevnih padavin za obdobje 1951-1984
Fig 6 Annual extreme values of daily precipitation arranged by quantity for period 1951-1984

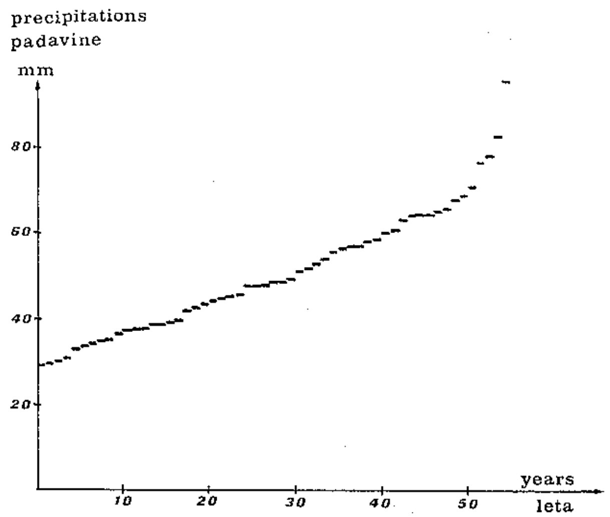


Slika 7 Po velikosti urejeni letni ekstremi dnevnih padavin za Ljubljano v obdobju 1853-1984
Figure 7 Annual extreme values of daily precipitation arranged by quantity for Ljubljana in period 1853-1984

REZULTATI OBDELAV V 34 LETNEM OBDOBJU 1951-1984

Za to obdobje smo računali povratne dobe z vsemi tremi metodami. Odvisnost ekstremnih dnevnih padavin od povratnih dob, izračunanih po teh metodah smo grafično predstavili na sliki 9 kot krivulje $x_E = x_E(\ln T)$. Na os x smo nanesli letne maksimalne dnevne padavine, na os y pa logaritemsko skalo povratnih dob.

V primeru Ljubljane, ki ima v tem nizu najmanjši ekstrem 37,4 mm (leta 1970) in največji ekstrem 124,3 mm (leta 1971), po Gumbelu napovedujemo za največji ekstrem povratno dobo 28 let, po Jenkinsonu 55 let in po metodi vrhov do 342 let. Uporaba slednje očitno ni ustrezna, ker je razmerje R = 0.79 (Despotović, 1983), kar pomeni, da porazdelitev ljubljanskih podatkov ne ustreza Poissonovi porazdelitvi. Če upoštevamo, da je Gumbelova metoda poenostavitev Jenkinsonove in dopušča neomejeno naraščanje ekstremov z daljšanjem povratne dobe, daje v tem primeru Jenkinsonova metoda verjetno najboljši rezultat. Brnik ima v tem obdobju najmanjši ekstrem 43,1 mm (leta 1981) in največji ekstrem 111,9 mm (leta 1973). Po Gumbelu napovedujemo za slednji ekstrem povratno dobo 40 let, po Jenkinsonu 120 let in po metodi vrhov 216 let. Kljub temu, da je razmerje R = 1.04 zelo blizu 1, menimo, da metoda vrhov v tem primeru precenjuje velikost povratne dobe. Nimamo razloga, da bi verjeli, da se je v tem obdobju zgodil izjemen dogodek s povratno dobo nad 200 let. To trditev bomo lahko preverili, ko bomo primerjali obdelani niz podatkov z daljšim nizom podatkov (naslednje poglavje). Murska Sobota ima v tem obdobju najmanjši ekstrem 29,2 mm (leta 1955) in največji ekstrem 96,2 mm (leta 1981). Po Gumbelu napovedujemo za največji ekstrem povratno dobo 40 let, po Jenkinsonu 110 let in po metodi vrhov 137 let, pri tem je razmerje R pri metodi vrhov 0.91. V obravnavanem obdobju smo izpustili največji ekstrem 96.2 mm in dobili novi ekstrem 83.0 mm (leta 1972). Po Jenkinsonu dobimo tedaj za podatek 96,2 mm 10000 letno povratno dobo, za 90.0 mm pa 986 letno povratno dobo. Po Gumbelu dobimo za podatek 96,2 mm približno 75 letno povratno dobo. Kot vidimo, dobimo za izmerjene ekstremne vrednosti bistveno daljše povratne dobe. Pri računanju povratnih dob je torej zelo pomembno, da nam iz niza podatkov slučajno ne izpadejo največji ekstremi. Ugotavljamo, da so kljub temu, da imata postaji Ljubljana in Brnik podoben padavinski režim, rezultati analize ekstremov bistveno različni. To dejstvo moramo upoštevati pri ocenjevanju ekstremnih vrednosti za območja s podobnim padavinskim režimom, na katerih ne razpolagamo s podatki za daljše obdobje.

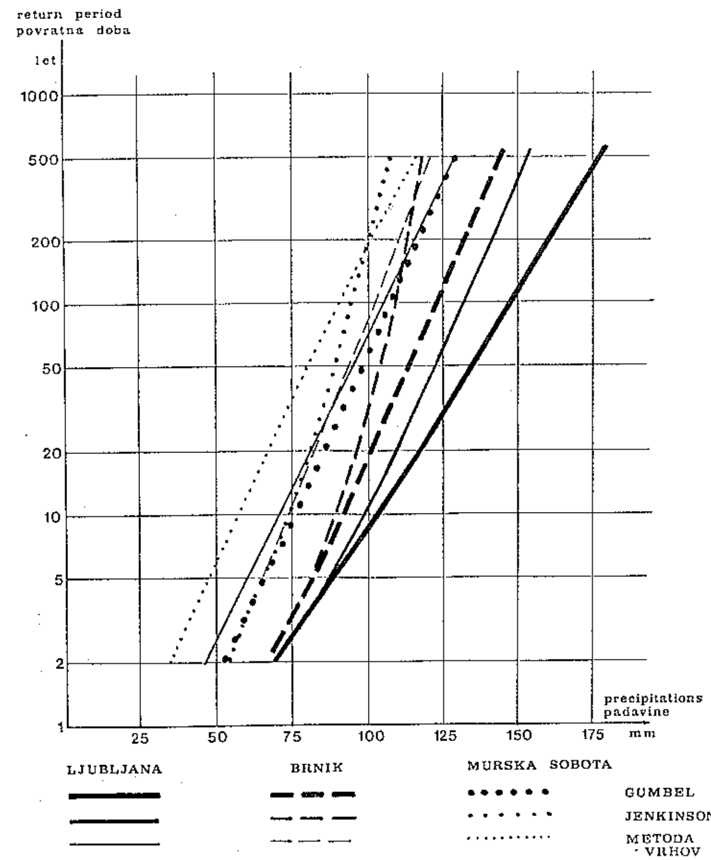


Slika 8 Po velikosti urejeni letni ekstremi dnevnih padavin za Mursko Soboto v obdobju 1925-1984
Figure 8 Annual extreme values of daily precipitation arranged by quantity for Murska Sobota in period 1925-1984

OBDELAVA PODATKOV ZA DALJŠE OBDOBJE

Da bi ocenili vpliv dolžine niza na rezultate, smo računalniški arhiv dopolnili s podatki iz klasičnega arhiva. Iz tehničnih razlogov smo se omejili le na vnos letnih ekstremov in nismo vnašali vseh dnevnih podatkov. Tako bi na daljšem obdobju lahko uporabili npr. Gumbelovo ali Jenkinsonovo metodo, ki zahtevata samo vrednosti letnih ekstremov. Za postajo Ljubljana smo obdobje razširili na interval od 1853 do 1984, torej na 132 let. Pri Brniku obdobja, žal, nismo mogli razširiti, ker nimamo podatkov, pri Murski Soboti pa so podatki dostopni od leta 1925 dalje.

Ko smo hoteli uporabiti program za Gumbelovo metodo na celotnem nizu podatkov za Ljubljano, smo naleteli na omejitev - program je prilagojen le za uporabo na nizih krajših od 101 časovne enote. Ta omejitev ni teoretična, ampak je povsem izvedbene narave. Iz literature smo mogli dobiti le 91 empiričnih koeficientov, ki služijo za računanje reduciranega povprečja in reducirane standardne deviacije (Nemec 1964). S toliko koeficienti je mogoče računati za obdobja od 10 do 100 časovnih enot. Seveda lahko podaljšamo časovno enoto z enega na dve ali več let in tako obdelujemo dve, tri ali večletne ekstreme. Za oceno vpliva, ki ga ima na rezultate vzorec, smo za računanje povratnih dob uporabili enkrat samo podatke sodih in drugič samo lihih let.



Slika 9 Izračunane količine ekstremnih dnevnih padavin v odvisnosti od povratnih dob
Figure 9 Computed extreme values of daily precipitation as a function of return periods

V tabeli 1 so rezultati, ki smo jih dobili z Gumbelovo metodo pri postaji Ljubljana-Bežigrad na osnovi podatkov iz sodih, lihih let in vseh let 100 letnega obdobja 1885-1984 za povratne dobe od 5 do 250 let. Pričakovali bi, da postanejo pri dovolj dolgih nizih razlike med rezultati, računanimi po sodih in po lihih letih, majhne. Toda, če primerjamo ekstreme, dobljene iz vseh podatkov z ekstremi na osnovi vzorca sodih oz. lihih podatkov, vidimo, da za krajše povratne dobe 5, 10 let dobimo boljše rezultate iz vzorca lihih let, za daljše povratne dobe pa iz vzorca sodih let. Pri daljših povratnih dobah so izračunani ekstremi iz sodega niza nekoliko premajhni, iz lihega pa preveliki. Pri takih dolžinah nizov, ki jih obdelujemo v praksi, sta dolžina in način izbire vzorca pomembna.

Tabela 1 Ekstremi, izračunani po Gumbelovi metodi na osnovi podatkov iz sodih, lihih in vseh let za Ljubljano in 100 letno obdobje 1885-1984.
Table 1 Extreme values, computed by Gumbel's method on the basis of data from even, odd and all years for Ljubljana in the 100 year period 1885-1984.

povratna doba return period (years)	soda leta odd years (mm)	liha leta even years (mm)	vsa leta all years (mm)
5	86.2	83.8	84.2
10	98.6	98.0	97.1
20	110.5	111.7	109.4
25	114.3	116.0	113.3
50	125.9	129.3	125.3
100	137.4	142.5	137.3
150	144.1	150.3	144.3
200	148.9	155.7	149.2
250	152.6	160.0	153.0

V tabeli 2 so navedeni še izračunani ekstremi za primer, ko smo spreminjali dolžino osnovne časovne enote (1,2,4,5,6,8 let), v kateri smo poiskali maksimum. Na osnovi tako določenih podatkov smo za izbrane povratne dobe izračunali po Gumbelovi metodi ustrezne ekstreme. Za različne osnovne časovne enote smo pri enakih povratnih dobah dobili različne rezultate.

Tabela 2 Ekstremi dnevnih padavin (v mm) v odvisnosti od izbire osnovne časovne enote za posamezne povratne dobe za Ljubljano in obdobje 1885-1984.
Table 2 Extreme values of daily precipitation (in mm) as a function of choice of elementary time unit for several return periods in Ljubljana and period 1885-1984

povratna doba return period (let/years)	1 leto year	2 leti years	4 leta years	5 let years	6 let years	8 let years
20	109.4	111.4	111.2			
30	116.5	119.7			119.3	
40	121.5	125.6	127.6			127.9
50	125.3	130.1		132.1		
60	128.5	133.8	136.8		137.1	
80	133.5	139.5	143.2			148.1
100	137.3	144.0	148.2	148.2		
120		147.6	152.3		154.1	159.6
150	144.3			157.5	159.5	
200	149.2	157.8	163.5	164.0		173.7
250	153.0	162.2		169.1		
300		165.8		173.2	176.2	
500		175.9	183.6	184.7		

To dokazuje, da je trditev Makjanića (1977), da so ekstremi za posamezne povratne dobe odvisni tudi od izbire osnovne časovne enote, pravilna. V tabeli 2 opazimo, da izračunane ekstremne vrednosti za posamezne povratne dobe naraščajo, če večamo časovno enoto, v kateri nastopa ekstrem.

ZAKLJUČEK

Primerjali smo tri različne metode za računanje ocen ekstremnih vrednosti in njihovih povratnih dob na treh postajah na različno dolgih nizih podatkov. Na osnovi dobljenih rezultatov ugotavljamo da:

-čeprav Gumbelova metoda v načelu daje za zelo velike ekstreme zelo velike povratne dobe, pa daje na podatkih 34-letnega obdobja najkrajše, metoda vrhov najdaljše povratne dobe, Jenkinsonova metoda pa nekaj vmes. Prednost dajemo metodi Jenkinsona, ker principielno ne omogoča neomejene rasti ekstremnih vrednosti pri zelo dolgih povratnih dobah.

-pri daljših nizih podatkov pričakujemo tudi realnejše rezultate. Uporaba Gumbelove metode daje na trikrat daljšem nizu podatkov za enake izbrane vrednosti ekstremov daljše povratne dobe, ki jim bolj verjamemo, ker je odvisnost od izbire vzorca pri daljšem nizu manjša.

-tudi pri postajah s podobnim padavinskim režimom in majhno geografsko razdaljo dobimo različne povratne dobe oz. ekstremne vrednosti, kar pomeni, da moramo biti pri uporabi interpolacij in ekstrapolacij ekstremnih vrednosti in povratnih dob zelo previdni.

- obravnavane teoretične frekvenčne porazdelitve predpostavljajo, da je vzorec (niz podatkov) neskončen. Pri ekstrapolaciji relativno kratkih nizov opazovanj lahko povzročimo velike napake, še posebej, če se klimatske razmere na obravnavanem območju spreminjajo. Tudi v primeru, da smo obdelali obdobje, v katerem so se večinoma pojavljali manjši maksimumi (pri obdelavi najmanjših ekstremnih vrednosti pa minimumi), bomo s statističnimi metodami predvideli daljše povratne dobe za neko izbrano vrednost, kot če bi obravnavali niz z večjim številom zelo velikih ekstremov.

LITERATURA

Despotović J., 1982: Analiza ekstrema pomoću prekidnih slučajnih procesa, HOMS, Beograd, 1-28.

Fisher, Tippet, 1928: Proc. Camb. Phil. Soc., 24 (cit. Jenkinson)

Furlan D., 1961: Padavine v Sloveniji, Geografski zbornik VI, Ljubljana, 96-112.

Gumbel, 1953: Ann Del'inst. H. Poincare', 5, (cit. Jenkinson)

Jenkinson A. F., 1955: The Frequency Distribution of The Annual Maximum or Minimum Values of Meteorological Elements, QJRMS 87, 158-171.

Makjanić B., 1977: Primjena teorije ekstrema u geofizici, Republički hidrometeorološki zavod SR Hrvatske, Zagreb, 84 str.

Nemec J. 1964: Engineering Hydrology, McGraw-Hill, London, 186-193.

Reya O., 1940: Padavine na Slovenskem v dobi 1919-1939, Geografski vestnik XVI, 25-40.

Reya O., 1945: Najvišje dnevne padavine v Sloveniji, Zavod za meteorologijo in geodinamiko na Univerzi v Ljubljani, Ljubljana, 23 str.

Reya O., 1946: Padavinska karta Slovenije, Zavod za meteorologijo in geodinamiko na Univerzi v Ljubljani, Ljubljana, 18 str.

Roškar J., 1975: O porazdelitvi letnih ekstremov nalivov v Sloveniji, Razprave-Papers XVIII, 63-73.

Suzuki E., Uchida E., Yoshino M.M., 1980: Statistical Climatology, Developments in Atmospherics Science 13, New York, 207-216.

Todorović P., 1970: On Some Problems Involving Random Number of Random Variables, The Annales of Mathematical Statistics 41, No.3,1059-1063.